

CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS RETICULADAS
EM AMBIENTES DE PROCESSAMENTO PARALELO

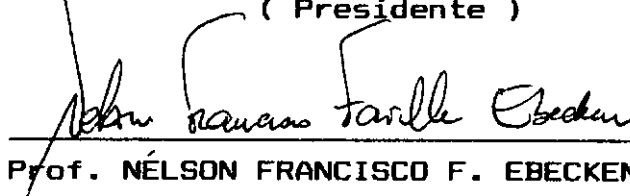
Luis Volnei Sudati Sagrilo

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS
EM ENGENHARIA CIVIL.

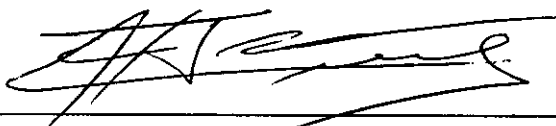
Aprovada por:



Prof. ÉDISON CASTRO PRATES DE LIMA, D.Sc.
(Presidente)



Prof. NÉLSON FRANCISCO F. EBECKEN, D.Sc.



Prof. AGUSTIN JUAN FERRANTE, Ph.D.



VÍTOR GIORDANI MACIEL, M.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 1989

SAGRILO, LUÍS VOLNEI SUDATI

Confiabilidade de Estruturas Reticuladas em Ambientes de Processamento Paralelo (Rio de Janeiro), 1989.

XIII, 149p. 29.7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc. Engenharia Civil, 1989)

Tese Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Confiabilidade Estrutural

2. Computação Paralela

3. Estruturas Reticuladas

I. COPPE/UFRJ

II. TÍTULO (série)

Aos meus pais

Hermenegildo e Maria Ivone

Aos meus tios

Irmo e Maria Iolanda

Aos meus irmãos

*João Telmo, Marisa, Cláudio
e Mauro*

AGRADECIMENTOS

Ao professor Édison Castro Prates de Lima pela amizade e pela valiosa orientação na elaboração deste trabalho.

Ao professor Néelson Francisco Favilla Ebecken pelo apoio e incentivo dispensados.

Ao professor Álvaro Coutinho pelo incentivo e ajuda na redação deste trabalho.

A direção e pesquisadores do LAFEX/CBPF pelo uso do equipamento ACP e pelo apoio e atenção dispensada.

Ao professor Roberto Fernandes de Oliveira pelos ensinamentos, amizade e apoio dispensado em todas as horas.

Ao professor e amigo Hélio João Belinazzo do Dept° de Hidráulica e Saneamento da UFSM, pelo exemplo, apoio e incentivo aos meus primeiros passos na pesquisa científica.

Aos professores Elizabeth Veleda Wendt e José Ubirajara Flores do Dept° de Estruturas da UFSM pelo estímulo ao meu ingresso no mestrado.

Aos meus colegas e mais que isso grandes amigos Humberto Ritt, Marcos Queija de Siqueira, Mário Ribeiro da Silva Filho e Ricardo Franklin Mendes de Andrade pela amizade e companheirismo.

Aos meus colegas Francisco Assis das Neves, Paulo de Araújo Régis, Sandro Borges de Almeida, Francisco Célio de Araújo, Beatriz Pires de Lima, Rosane Martins Alves, José Jefferson do Rego Silva, Valnório Graça Ferreira, João Paulo de Barros Leite e Marcelo Meireles de Carvalho pelo valioso convívio.

A Célio Nóia e Gilberto Luziê pelo apoio na confecção deste trabalho.

E a todas as pessoas que de uma forma ou de outra colaboraram para a realização deste trabalho.

" Algun día
en cualquier parte
indefectiblemente,
has de encontrarte contigo mismo
y solo de ti depende
que sea tu momento mejor
o la más amarga de tus horas "

M. de Combi

RESUMO DA TESE APRESENTADA À COPPE/UFRJ COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS RETICULADAS
EM AMBIENTES DE PROCESSAMENTO PARALELO

Luís Volnei Sudati Sagrilo

Setembro de 1989

Orientador: Edison Castro Prates de Lima

Programa : Engenharia Civil

Este trabalho tem por objetivo a análise de confiabilidade de estruturas reticuladas baseado em aproximações de primeira ordem e momentos estatísticos de segunda ordem.

Os métodos utilizados para esta análise foram baseados na classe dos métodos especialistas sendo que o critério de colapso dos elementos estruturais do tipo elasto-plástico e foi desenvolvida uma estratégia para seleção dos principais modos de falha.

Estes procedimentos foram implementados num computador de arquitetura paralela do tipo árvore com um microVax (hospedeiro) na raiz e 21 microprocessadores nos nós do tipo Motorola com 2 Mbytes de memória.

ABSTRACT OF THESIS PRESENTED TO COPPE/UFRJ AS PARTIAL
FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER
OF SCIENCE (M.Sc.)

STRUCTURAL RELIABILITY OF FRAMED STRUCTURES
USING PARALLEL PROCESSING

Luís Volnei Sudati Sagrilo

September - 1989

Thesis Supervisor: Édison Castro Prates de Lima

Department: Civil Engineering

In this work application of the First Order Second Moment reliability theory was used to asses the nominal failure probability of framed structures. A elast-plastic limit state function to structural elements and specialists methods were used for this purpose. A method to identify the most likely failure modes was developed.

The software was implemented in a parallel computer with a host (microVax) associated to 21 nodes 68020 Motorola processors with 2 Mbytes of memory.

ÍNDICE

	página
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - CONCEITOS BÁSICOS DE CONFIABILIDADE	
ESTRUTURAL	4
II.1 - Introdução	4
II.2 - Elementos da Teoria de Con-	
fiabilidade Estrutural	5
II.2.1 - Critérios de Falha	6
II.2.2 - Incertezas	7
II.2.3 - Variáveis Básicas	8
II.2.4 - Funções de Falha	9
II.2.5 - O Problema Básico de Con-	
fiabilidade	10
II.2.6 - O problema Generalizado	
de Confiabilidade	12
II.3 - Análise e Importância da	
Confibilidade Estrutural ..	13
II.3.1 - Cálculo da Probabilidade	
de Falha	14
II.3.2 - Probabilidade Nominal de	
Falha	15
II.4 - Hierarquia das Medidas de	
Confiabilidade	18
II.5 - Confiabilidade Dependente	
do Tempo	18
CAPÍTULO III - MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA PROBABILI-	
DADE DE FALHA	21

III.1 - Introdução	21
III.2 - Probabilidade de falha do Problema Básico de Confiabilidade Estrutural: Caso Particular	22
III.3 - Métodos de Integração Numérica e Simulação	24
III.3.1 - Integração Numérica	24
III.3.2 - Simulação de Monte Carlo	25
III.4 - Métodos Avançados	26
III.4.1 - Método FOSM (<i>First Order Second Moment</i>)	27
III.4.2 - Método Invariante de Hasofer-Lind	29
III.4.3 - Método de Hasofer-Lind para Variáveis Correlacionadas	37
III.4.4 - Método Invariante de de Racwitz-Fiesller	40
CAPÍTULO IV - CONFIABILIDADE DE UM SISTEMA ESTRUTURAL	44
IV.1 - Introdução	44
IV.2 - Métodos Especializados ...	45
IV.2.1 - Descrição Geral	45
IV.2.2 - Probabilidade de falha do Sistema Estrutural ..	46
IV.2.3 - Técnica da Carga Residual	51

IV.2.4	- Alguns Métodos Especializados	53
IV.2.4.1	- Método da Probabilidade Marginal	54
IV.2.4.2	- Método <i>Branch and Bound</i>	57
IV.2.4.3	- Método Proposto	62
CAPÍTULO V	- TÓPICOS DE COMPUTAÇÃO PARALELA ...	65
V.1	- Introdução	65
V.2	- Níveis de Paralelismo	66
V.2.1	- Paralelismo a Nível de Dados	66
V.2.2	- Paralelismo a Nível de Processos	67
V.2.2.1	- Classificação de arquiteturas paralelas	68
V.2.2.2	- Classificação de Computadores Paralelos quanto a Memória	69
V.2.2.3	- Arquiteturas de Computadores Paralelos	70
V.2.2.3.1	- Sistema Completamente Conectado	70
V.2.2.3.2	- Sistema de Barras Cruzadas	71
V.2.2.3.3	- Sistema <i>BUS</i> e Sistema <i>RING</i>	72
V.2.2.3.4	- Sistema Conectado em Malha	73

V.2.2.3.5 - Hipercubo	74
V.2.2.3.6.- Sistemas Híbridos	76
V.2.3 - Computadores Paralelos com Processadores Vetoriais ..	76
V.3 - Conceitos Básicos de Para- lelismo	78
V.3.1 - Grau de Paralelismo	78
V.3.2 - <i>SPEEDUP</i>	79
V.3.2.1 - Degradação do <i>Speedup</i> ..	81
V.4 - O sistema ACP	83
CAPÍTULO VI - IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	88
VI.1 - Introdução	88
VI.2 - Algoritmo de Murotsu Modi- ficado	89
VI.2.1 - Descrição	89
VI.2.2 - Implementação no ACP	90
VI.3 - Critérios de Falha para o Elemento Estrutural	93
VI.3.1 - Critério de Treliça	93
VI.3.2 - Critério Plástico	94
VI.4 - Critério de Falha do Siste- ma Estrutural	99
VI.5 - Resolução do Sistema de Equações	100
CAPÍTULO VII - APLICAÇÕES	104
VII.1 - Introdução	104
VII.2 - Treliça Plana	104
VII.3 - Pórtico Espacial	113

VII.4 - Torre Tubular	117
VII.5 - Plataforma Fixa	130
CAPÍTULO VIII -CONCLUSÕES	136
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	138
APÊNDICE A - TABELA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO DE PROBABILIDADES	141

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Até recentemente, a Engenharia Estrutural foi dominada amplamente por uma metodologia determinística. Este fato conduziu à elaboração de normas de projeto com a especificação de níveis de resistência mínima e intensidade máxima de cargas. Foram adotados também fatores de segurança, o que permitiu, geralmente, a realização de projetos considerados seguros.

Infelizmente, a ocorrência de casos importantes de falhas estruturais com dramáticas consequências, mostrou que a segurança absoluta não pode ser atingida e, conseqüentemente, algum risco aceitável de falha estará, necessariamente implícito nos projetos.

Desenvolveu-se então, um novo ramo na Engenharia usualmente denominado de Análise de Confiabilidade Estrutural, que procura avaliar a probabilidade de falha estrutural através de critérios probabilísticos.

O estudo de confiabilidade estrutural foi iniciado em 1947 por FREUDENTHAL [1], mas foi na última década que ele cresceu consideravelmente.

A confiabilidade estrutural resulta da combinação da aplicação da Teoria das Probabilidades para o tratamento das várias incertezas (cargas, dimensões, tensões de escoamento, etc...) que podem afetar o desempenho da estrutura, associada a métodos de análise estrutural, como por exemplo, o método dos elementos finitos.

Na década passada houve, também, um avanço considerável na Tecnologia dos Computadores, resultando no aparecimento das máquinas multiprocessadoras ou Computadores Paralelos. A comunidade científica passou então, a tirar proveito destas inovações tecnológicas, com o desenvolvimento de novos algoritmos e tornando exeqüível a realização de projetos considerados, até então, inviáveis de serem realizados em máquinas seqüenciais.

Neste trabalho apresenta-se um estudo de confiabilidade estrutural voltado para estruturas reticuladas, com o emprego de computação paralela.

No capítulo II são apresentados os conceitos básicos da teoria de confiabilidade estrutural. Neste capítulo também são comentadas as várias áreas de aplicação de confiabilidade estrutural, demonstrando-se a sua importância nos dias atuais.

No capítulo III são apresentados métodos de análise de confiabilidade, de um elemento estrutural. São mostrados vários métodos, desde os mais antigos até os mais recentes. Comenta-se para cada um deles suas potencialidades e limitações.

No capítulo IV são descritos os principais métodos de análise de confiabilidade de um sistema estrutural. É dada uma breve noção sobre os métodos gerais, baseados no método de simulação de Monte Carlo. São apresentados, com mais detalhes, os métodos especialistas, baseados na seqüência de falhas de elementos estruturais.

No capítulo V são apresentados alguns conceitos

básicos de computação paralela ,incluindo alguns tipos de arquiteturas paralelas e medidas de performance, bem como a descrição do sistema ACP utilizado na elaboração deste trabalho.

No capítulo VII é descrita a implementação computacional dos algoritmos de análise de confiabilidade utilizados neste trabalho, detendo-se mais na implementação no ACP.

No capítulo VII são analisadas quatro estruturas e comentam-se os resultados obtidos.

No capítulo VIII são apresentadas as conclusões e as recomendações para trabalhos futuros.

Finalmente, é fornecida no Apêndice A uma tabela da função de distribuição normal padrão de probabilidades.

CAPÍTULO II

CONCEITOS BÁSICOS DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

II.1 - INTRODUÇÃO

A Confiabilidade estrutural pode ser considerada uma medida da confiança que uma estrutura atende aos propósitos para os quais foi projetada. Está implícita nesta definição a hipótese de ocorrência de *sucesso* ou *falha* da mesma. Neste caso confiabilidade pode ser avaliada pela probabilidade de *sucesso* ou pela probabilidade de *falha*, onde $P_{\text{sucesso}} = 1 - P_{\text{falha}}$. Como na maioria dos problemas de engenharia a probabilidade de *sucesso* é bastante alta, costuma-se referenciar confiabilidade pela probabilidade de *falha*.

Os princípios de confiabilidade estrutural foram introduzidos primeiramente por FREUDENTHAL [1]. Porém, foi nesta última década, que os métodos para análise de confiabilidade estrutural cresceram consideravelmente. Isto se refletiu principalmente na elaboração de normas técnicas, baseadas num contexto probabilístico, tanto na América do Norte, como na Europa.

A confiabilidade estrutural pode e deve ser usada como parte integrante do processo de análise de projetos. Vários trabalhos tem sido feitos na área da indústria *offshore* para demonstrar as possibilidades e vantagens do uso da confiabilidade como uma importante ferramenta de análise e avaliação de projetos, como pode ser visto em

GUENARD [2]. Nesta mesma área a confiabilidade também tem sido usada como um valioso auxiliar de análise de alternativas de projeto, como pode ser visto em BEA [3].

Recentes trabalhos, como o de NIKOLAIDIS e BURDISSO [4], têm mostrado o uso da confiabilidade estrutural como um fator limitante na otimização de estruturas.

Uma potencial área de emprego de confiabilidade estrutural é o acompanhamento de estruturas já executadas. Através da confiabilidade pode-se identificar os elementos estruturais mais importantes da estrutura, do ponto de vista de risco de falha, e assim, elaborar um plano de Manutenção e Inspeção orientado para os mesmos, com vista a preservar a segurança da estrutura.

É sempre possível acontecer acidentes com elementos estruturais de uma estrutura. Um acidente sempre altera de alguma forma o comportamento da estrutura e algum risco é introduzido à mesma. Através da confiabilidade pode-se fazer a avaliação deste acréscimo de risco e tomar as decisões necessárias, com segurança.

Ao longo deste trabalho serão utilizados conceitos de estatística e de teoria das probabilidades. Havendo necessidade de maiores informações sobre os termos empregados aconselha-se verificar em BENJAMIN e CORNELL [5].

II.2 - ELEMENTOS DA TEORIA DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A teoria da confiabilidade estrutural resulta da aplicação da teoria das probabilidades, no tratamento das

várias incertezas que afetam a performance da estrutura, juntamente com métodos de análise estrutural. Por causa destas incertezas há sempre uma probabilidade, não nula, da estrutura não atender seus propósitos.

II.2.1 - CRITÉRIOS DE FALHA

Quando uma estrutura (ou elemento estrutural) é carregada de algum modo, ela irá responder de uma certa maneira, que depende do tipo e da magnitude da carga e das suas características de resistência e rigidez. Para a resposta ser considerada satisfatória ou não, depende dos propósitos que devem ser atendidos. Tais propósitos devem incluir a segurança contra colapso total, deformações excessivas, instabilidade, ou algum outro critério conveniente. Cada um destes propósitos é definido como um estado limite. A violação de um estado limite pode ser definida como uma falha da estrutura (ou de um elemento estrutural) . Sendo assim os estados limites podem ser utilizados como " critérios de falha ".

Tipo de Estado Limite	Descrição	Exemplos
Último	Colapso de toda ou parte da estrutura	Fadiga, mecanismo plástico, instabilidade, etc...
Serviço	Interrupção do uso normal	Deslocamentos excessivos, vibrações, etc...

Tabela II.1 - Alguns Estados Limites para estruturas

O estudo da confiabilidade estrutural está concentrado no cálculo da probabilidade que o(s) estado limite adotado venha ser violado.

Alguns estados limites para estruturas são apresentados na tabela II.1 .

II.2.2 - INCERTEZAS

As incertezas encontradas em confiabilidade estrutural podem ser classificadas de vários modos. Uma classificação comum [2], classifica em naturais, geométricas, de modelo e incertezas devido a erros humanos.

As incertezas naturais surgem da natureza aleatória de várias grandezas físicas, das quais depende a performance da estrutura. Os vários tipos de carregamento que atuam sobre uma estrutura (vento, ondas, correntes, etc..) são geralmente aleatórios em magnitude, direção e duração; as características mecânicas dos materiais (resistência, ductilidade, etc...) são frequentemente aleatórias . Uma das características das incertezas naturais é que geralmente, não podem ser controladas ou eliminadas.

As incertezas geométricas são vistas como a diferença existente entre a estrutura projetada e a construída. Ao contrário das incertezas naturais, elas podem ser controladas através de um controle de qualidade rígido sobre a fabricação dos componentes estruturais e a construção da estrutura.

As incertezas de modelagem surgem devido ao nível de sofisticação dos modelos usados para calcular as cargas e a resposta da estrutura. Estas incertezas surgem geralmente da falta de conhecimento ou falta de informações do projetista. Estas incertezas podem também ser controladas.

As incertezas devido a erros humanos resultam do envolvimento do homem no projeto, execução e uso das estruturas. Não é fácil de controlar estas incertezas. Existem modos para incorporar estas incertezas em confiabilidade estrutural, como pode ser visto em MELCHERS [6]. Neste trabalho não serão consideradas incertezas devido a erros humanos, conforme será justificado mais adiante.

II.2.3 - VARIÁVEIS BÁSICAS

Todas as variáveis que são consideradas como aleatórias na análise da confiabilidade de estruturas, são denominadas " variáveis básicas ".

Todas as variáveis básicas são associadas a funções de distribuição de probabilidades, que podem ser obtidas a partir de dados observados, ou por avaliação subjetiva.

Em geral as k variáveis básicas envolvidas na análise são representadas pelo seguinte vetor :

$$\tilde{U} = (u_1, u_2, \dots, u_k) \quad (II.1)$$

onde u_i é uma variável básica particular.

II.2.4 - FUNÇÃO DE FALHA

Definido o critério de falha a expressão matemática que possa representar este critério é definida como " função de falha ". A função de falha clássica é dada por

$$Z = R - S \quad (II.2)$$

onde R representa a resistência da estrutura (ou de um elemento estrutural) e S o esforço atuante sobre ela.

Através de Z pode-se definir a região em que se encontra a estrutura, ou seja:

$$Z > 0 \quad \text{pertence à região segura}$$

$$Z \leq 0 \quad \text{pertence à região falida}$$

A superfície $Z = 0$ define o limite entre as regiões segura e falida, e é denominada de " superfície de falha ". A figura (II.1) mostra a representação gráfica da função de falha.

A expressão (II.2) pode ser escrita de uma maneira mais geral em função do vetor das variáveis básicas (II.1)

$$Z = G (\underline{U}) \quad (II.3)$$

onde $G ()$ é a função de falha escrita em forma vetorial.

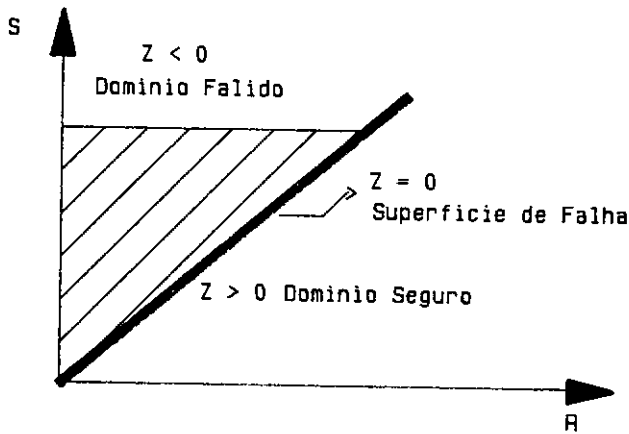


Fig II.1 Representação gráfica da função de falha

II.2.5 - O PROBLEMA BÁSICO DE CONFIABILIDADE

O problema básico de confiabilidade estrutural considera somente um esforço S resistido por uma resistência R . As grandezas S e R são descritas por funções de distribuição de probabilidades, f_s e f_r , respectivamente.

S e R podem ser referidas a estrutura como um todo ou um elemento estrutural individual. Considerado-se a confiabilidade de um elemento estrutural, este será considerado "falido" se sua resistência R for menor (ou igual) ao esforço S que atua sobre ele. A probabilidade de falha p_f deste elemento pode ser representada de várias maneiras

$$p_f = P (Z \leq 0)$$

$$p_f = P (R - S \leq 0) \quad (\text{II.4})$$

$$p_f = P \left[1 - \frac{S}{R} \leq 0 \right]$$

ou de um modo geral

$$p_f = P \left[G (R , S) \leq 0 \right] \quad (\text{II.5})$$

$$p_f = P \left[G (\underline{U}) \leq 0 \right]$$

onde $P (A)$ representa a probabilidade do evento A .

A figura II.2 representa as funções densidade de probabilidades f_s e f_r e a função densidade probabilidade combinada f_{rs} . As equações (II.4) e (II.5) são representadas pela região falida D (escura), e a probabilidade de falha p_f torna-se [6]

$$p_f = P (R - S \leq 0) = \int_D \int f_{rs} \, dr \, ds \quad (\text{II.6})$$

Segundo [5], quando R e S são independentes, f_{rs} pode ser escrita da seguinte forma

$$f_{rs} = f_s \cdot f_r \quad (\text{II.7})$$

e a expressão (II.6) pode ser escrita como

$$P_f = \int_D \int f_r \cdot f_s \, dr \, ds \quad (\text{II.8})$$

onde a integração é feita sobre o domínio falido D .

onde $f_U(\underline{u}) d\underline{u}$ é a função densidade de probabilidade combinada de todas as variáveis aleatórias envolvidas e D representa o domínio falido, ou seja, a região onde $G(\underline{U}) \leq 0$.

Em geral as variáveis aleatórias são independentes [6] e então, pode-se escrever

$$\begin{aligned} f_U(\underline{u}) &= \prod_{i=1}^k f_{u_i}(u_i) \\ &= f_{u_1}(u_1) f_{u_2}(u_2) \dots f_{u_k}(u_k) \end{aligned} \quad (II.10)$$

onde $f_{u_i}(u_i)$ é a função densidade de probabilidade da variável u_i e k é o número total de variáveis envolvidas.

Exceto para casos especiais a integração das expressões (II.8) e (II.9) pode ser feita analiticamente, e existem técnicas aproximadas para a sua avaliação, que serão vistas mais adiante.

II.3 - ANÁLISE E IMPORTÂNCIA DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Como visto anteriormente são várias as incertezas envolvidas na análise da confiabilidade de uma estrutura. Nem todas estas incertezas podem ser quantificadas, e analisadas pela expressão (II.9); mesmo assim, o cálculo desta expressão, levando em consideração somente as incertezas passíveis de quantificação, tem utilidade prática na avaliação da confiabilidade estrutural.

Apresenta-se na tabela (II.2) as principais causas

de falhas estruturais já observadas [6].

Causa	%
Apreciação inadequada das cargas e do comportamento da estrutura	47
Erros em desenhos ou cálculos	7
Informações inadequadas em documentos de contrato ou informações	9
Execução inadequada	13
Catástrofes, sabotagens, etc... (parte não imaginável)	7
Variações randômicas no carregamento, na estrutura, no material, etc...	10
Outros	11

Tabela II.2 - Causas de falhas estruturais

II.3.1 - CÁLCULO DA PROBABILIDADE DE FALHA

A probabilidade de falha até então considerada, supõe que a incerteza associada com a variável básica possa ser representada por uma função densidade de probabilidade ou por parâmetros aleatórios. Nem sempre porém, é possível ou viável calcular a probabilidade de falha desta maneira devido a falta de informações . Neste sentido pode se fazer uma distinção entre a parte "analítica", que representa a contribuição das variáveis básicas com informações conhecidas, e a parte " não analítica ", que representa a contribuição das demais incertezas que não tenham informações probabilísticas suficientes.

A estimativa da probabilidade de falha que incorpora

estas duas partes pode ser escrita como

$$p_f = p_{fv} + p_{fu} \quad (II.11)$$

onde p_{fv} representa a contribuição dos eventos analíticos e p_{fu} a contribuição dos eventos não analíticos.

Na prática p_{fv} representa as incertezas naturais e geométricas enquanto que p_{fu} representa as incertezas de modelo e incertezas devido a erros humanos.

II.3.2 - PROBABILIDADE NOMINAL DE FALHA

Como visto no ítem anterior à probabilidade global de falha é melhor representada pela inclusão da parcela dos eventos não analíticos, que são representados principalmente pela atuação do homem. Quando esta parcela é ignorada, ou simplificações são feitas, a probabilidade de falha correspondente torna-se uma probabilidade de falha nominal, p_{fn} . Isto significa dizer que este valor deve ser encarado como uma medida formal da probabilidade de falha da estrutura real. A questão pertinente é que tal medida de probabilidade tem um significado útil quando utilizada de forma relativa, para analisar a variação da confiabilidade em diferentes situações, em uma dada estrutura.

Uma outra questão, relacionada a probabilidade nominal de falha, é sua validade para fazer comparações de alternativas de projetos. A validade desta utilização é comprovada pelo fato de que a decisão não é influenciada

pela não consideração das incertezas não analíticas [6]. Esta justificativa é a seguir demonstrada.

A probabilidade de falha pode ser escrita como

$$p_f = p_{fn} + p_{fg} \quad (II.12)$$

onde p_{fn} é a probabilidade nominal de falha e p_{fg} denota as contribuições das incertezas não absorvidas por p_{fn} .

O custo total C_T de uma estrutura pode ser escrito de uma maneira simplificada, considerando a probabilidade de falha como representada na expressão (II.12), como

$$C_T = C_I (p_{fn}) + C_F (p_{fn} + p_{fg}) \quad (II.13)$$

onde o custo inicial C_I depende da probabilidade de falha nominal e o custo de falha C_F depende da probabilidade total.

Para uma pequena probabilidade de falha (nominal), o custo inicial será mais alto, reduzindo progressivamente com o aumento de p_{fn} , como pode ser visto na figura (II.3.a). O custo de falha C_F usualmente contém um termo representando os custos de reconstrução, assumidos por conveniência como sendo igual ao custo inicial $C_I (p_{fn})$ mais um termo C_S representando outros custos. Dois casos extremos podem ser considerados $C_F = C_S$ e $C_F = C_I$. Estes dois casos estão representados nas figuras (II.3.b) e (II.3.c) respectivamente.

No primeiro caso, pode ser visto que a mudança relativa ao valor de p_{fg} não tem efeito sobre o ponto

ótimo de p_{fn} (A) . No segundo caso a mudança com relação a p_{fg} trás uma pequena mudança com relação ao ponto ótimo p_{fn} (B) .

Desta maneira o que varia é o custo real da estrutura porém, o ponto ótimo de p_{fn} permanece insensível a p_{fg} . Isto permite concluir que p_{fn} pode ser utilizada na comparação de alternativas de projetos .

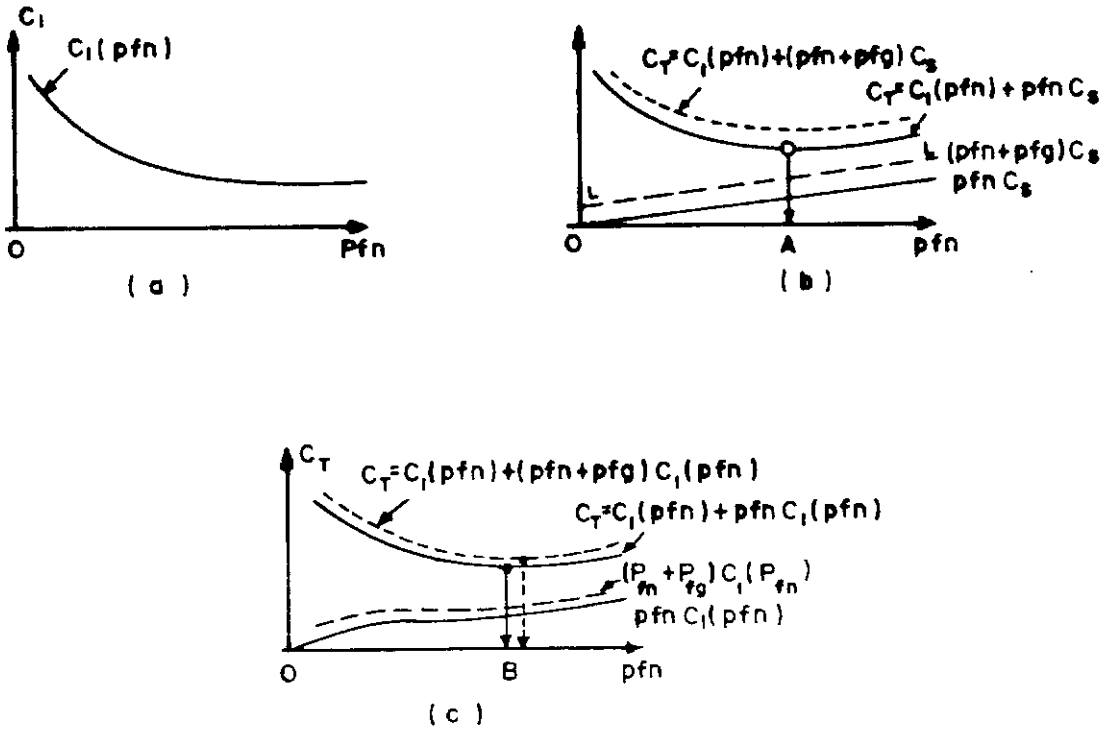


Figura II.3 - Curvas de Custo

Neste trabalho somente será considerada a probabilidade nominal de falha que será denominada simplesmente por p_f .

II.4 - HIERARQUIA DAS MEDIDAS DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A análise de confiabilidade estrutural pode ser definida em vários níveis dependendo do grau de sofisticação da análise.

O nível mais baixo e mais simples, Nível I, é representado pelos valores característicos das variáveis básicas envolvendo coeficientes de segurança e coeficientes de majoração.

Ao Nível II, as variáveis aleatórias são representadas pelos valores médios, desvios padrões e coeficientes de correlação e admite somente distribuições normais de probabilidades.

Em um nível mais elevado, Nível III as variáveis aleatórias são representadas pelas suas próprias funções de densidade de probabilidade.

Neste trabalho serão comentados os níveis II e III, porque o nível I representa a confiabilidade embutida em normas de segurança mais antigas.

II.5 - CONFIABILIDADE DEPENDENTE DO TEMPO

Até aqui todas as variáveis aleatórias foram consideradas como sendo independente do tempo . Isto corresponde a situações em que as variáveis não são funções do tempo, ou a situações em que o tempo é fixado a um instante particular.

Em geral as variáveis aleatórias são dependentes do tempo como pode ser visto na figura (II.4). Isto se

justifica, pelo fato da carga poder variar com o tempo , bem como as propriedades mecânicas do material também, quer como resultado do carregamento aplicado ou por causa de algum mecanismo de deteriorização . A fadiga e a corrosão são exemplos típicos de deteriorização da resistência.

Desta forma o problema básico de confiabilidade estrutural pode ser representado da seguinte maneira

$$p_f(t) = P \left[R(t) - S(t) \leq 0 \right] \quad (II.14)$$

Como a estrutura é projetada para um tempo, T , de vida útil é interessante saber a máxima carga e a resistência mínima neste período. É altamente improvável que haja coincidência entre a ocorrência da carga máxima e a resistência mínima [6]. Por esse motivo, na maioria dos problemas, R pode ser assumido como invariante no tempo como mostra a figura (II.5). A expressão (II.14) pode ser escrita da seguinte forma

$$P_f(t) = \left[R - \max S(0 : T) \leq 0 \right] \quad (II.15)$$

onde $\max S(0 : T)$ denota o máximo carregamento durante a vida útil.

Na equação (II.15) $\max S$ pode ser considerada como uma variável aleatória cuja distribuição de probabilidades pode ser obtida diretamente pela aplicação da teoria dos Extremos [2].

Desta forma consegue-se um método para análise de

confiabilidade com variáveis básicas variando com o tempo.

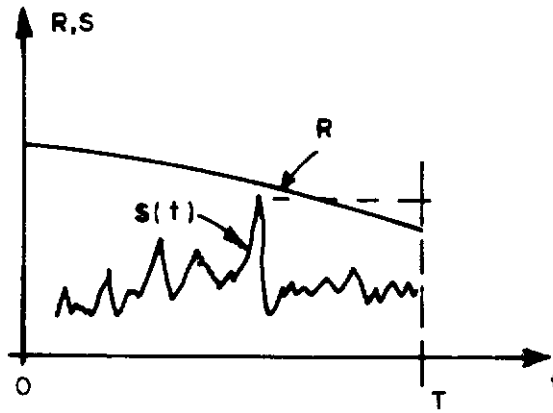


Figura II.4 - Variáveis R e S variando com o Tempo

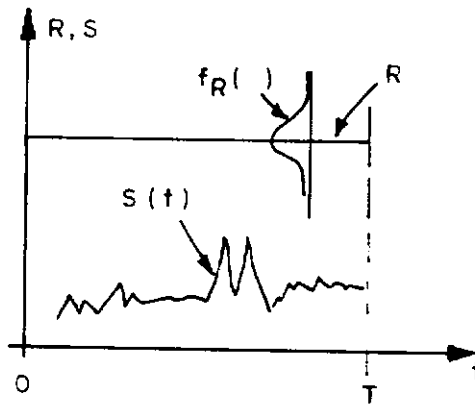


Figura II.5 - Variável R invariante no Tempo

CAPÍTULO III

MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA

III.1 - INTRODUÇÃO

Tendo-se definido uma função de falha $Z = G(\underline{U})$ e o vetor das variáveis básicas \underline{U} tanto para representar um sistema estrutural como um todo, ou um simples componente particular desta estrutura, a probabilidade de falha p_f associada, ou seja $P[G(\underline{U}) \leq 0]$, é dada pela expressão (II.9).

A dificuldade para avaliação desta expressão começa pelo problema da definição da função de distribuição de probabilidade combinada $f_{\underline{U}}(\underline{u})$ envolvendo todas as variáveis básicas, ou mesmo as distribuições de probabilidade individuais destas variáveis. Esta dificuldade se deve principalmente à insuficiência de dados observados e pela complexidade inerente ao problema.

De um modo geral, mesmo se fosse possível a obtenção de $f_{\underline{U}}(\underline{u})$ a resolução analítica da expressão (II.9) seria muito difícil ou quase impossível, como pode ser visto em WIRSHING [7]. Isto leva ao uso de técnicas de integração numérica, simulações e outros métodos denominados métodos avançados.

Neste capítulo serão apresentados estas técnicas e métodos dando-se destaque aos métodos avançados por serem os mais usados em confiabilidade.

III.2 - PROBABILIDADE DE FALHA DO PROBLEMA BÁSICO DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL : Caso Particular

O problema básico de confiabilidade é representado pela função de falha Z dada pela expressão (II.2) e tem como variáveis básicas R e S . Num caso particular quando estas variáveis têm uma distribuição normal de probabilidades com médias μ_R e μ_S , e variâncias σ_R^2 e σ_S^2 respectivamente, Z pode ser representada como uma variável aleatória com distribuição normal de probabilidades [5,6], onde sua média e variância são dados por

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad (\text{ III.1 })$$

$$\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (\text{ III.2 })$$

A probabilidade de falha p_f , segundo CORNELL [8], pode ser avaliada pela seguinte expressão

$$\begin{aligned} p_f &= P (R - S \leq 0) \\ &= P (Z \leq 0) \quad (\text{ III.3 }) \\ &= \Phi \left[\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z} \right] \end{aligned}$$

onde $\Phi ()$ denota a função de distribuição normal padrão apresentada no Apêndice A, deste trabalho.

A variável randômica Z está representada na figura (III.1), na qual a região de falha encontra-se escurecida.

Usando as expressões (III.2) e (III.3) tem-se

$$P_f = \Phi \left[\frac{ - (\mu_R - \mu_S) }{ (\sigma_R^2 + \sigma_S^2)^{1/2} } \right] \quad (\text{III.4})$$

$$= \Phi (- \beta)$$

onde β é definido como o " índice de segurança ".

$$\beta = \frac{ \mu_Z }{ \sigma_Z } \quad (\text{III.5})$$

onde σ_Z é o desvio padrão da variável aleatória Z e é definido como

$$\sigma_Z = (\sigma_S^2 + \sigma_R^2)^{1/2} \quad (\text{III.6})$$

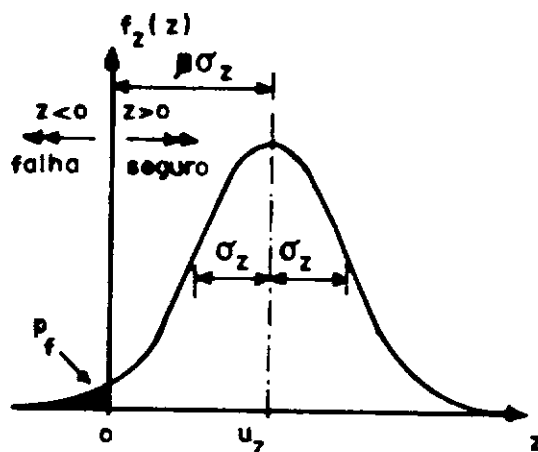


Figura III.1 - Função distribuição normal de probabilidades para a variável Z .

O índice β , em palavras, pode ser visto como a

distância, expressa em unidades de desvio padrão, entre a origem (0) e o valor médio de Z . Isto pode ser observado na figura (III.1).

III.3 - MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA E SIMULAÇÃO

III.3.1 - INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Neste método o domínio das variáveis básicas \underline{u} é subdividido em pequenos intervalos $\Delta \underline{u}^{(i)}$ e a integral (II.9) é aproximada pelo somatório dado por

$$P_f = \sum f_{\underline{u}}(\underline{u}^{(i)}) \Delta \underline{u}^{(i)} \quad (\text{III.7})$$

onde o somatório \sum é calculado sobre os intervalos $\Delta \underline{u}^{(i)}$ que pertencem à região falida.

Esta aproximação pode dar bons resultados, se os intervalos $\Delta \underline{u}^{(i)}$ forem suficientemente pequenos, mas para a maioria dos problemas o custo computacional é muito grande o que torna este método impraticável [6]. Por exemplo, em um problema m -dimensional (m variáveis básicas), se o limite de cada variável é subdividido em 100 intervalos, o número total de pontos de integração será 100^m , onde pode ser notado que o trabalho computacional cresce significativamente com o aumento de m .

Os métodos de integração numérica portanto, não são geralmente muito usados, embora algumas técnicas de integração tenham sido desenvolvidas , como pode ser visto em [6].

III.3.2 - SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Uma outra maneira de obter uma solução aproximada da expressão (II.9) é através da técnica de simulação de Monte Carlo. Como seu nome sugere esta técnica envolve a geração aleatória de eventos (amostras), para simular artificialmente um experimento, através de um grande número de realizações.

Em confiabilidade estrutural esta técnica consiste em gerar N vetores independentes $\hat{\underline{U}}_i$, cada um destes vetores contendo valores particulares para cada variável básica U_i , gerados a partir das respectivas funções de distribuição de probabilidade. Para cada um destes N vetores $\hat{\underline{U}}_i$ a função de falha $G (\underline{U})$ é calculada e a probabilidade de falha é aproximadamente avaliada por

$$p_f = \frac{n (G \leq 0)}{N} \quad (\text{III.8})$$

onde $n (G \leq 0)$ é o número de vezes que se obteve um resultado menor ou igual a zero para a função de falha $G (\hat{\underline{U}}_i)$.

O número N de experimentos necessários está diretamente relacionado com a precisão desejada para p_f .

Conceitualmente a simulação de Monte Carlo é muito simples, porém seu uso em confiabilidade requer a elaboração de uma estratégia de amostragem apropriada e confiável de forma a reduzir o número de realizações necessárias, o que se torna um pouco mais complexo.

Um dos maiores problemas em usar a simulação de Monte Carlo é quando a probabilidade de falha é pequena , pois neste caso, torna-se necessário um grande número de realizações para se obter uma boa estimativa de p_f .

A vantagem da simulação de Monte Carlo é a de ser geral e poder tratar com problemas de grande dimensão, ou seja, com um grande número de variáveis básicas e grande complexidade associada com a análise de cada realização.

III.4 - MÉTODOS AVANÇADOS

Os dados disponíveis sobre as variáveis básicas podem ser somente suficientes para avaliação do primeiro e segundo momento (estatísticos), ou seja, a média e o desvio padrão. Neste caso torna-se imperioso o desenvolvimento de uma formulação, baseada na média e no desvio padrão para avaliação da confiabilidade. Neste contexto é que foi desenvolvida a formulação *second-moment*. Esta formulação deve ser interpretada como se todas as variáveis básicas tivessem uma função de distribuição de probabilidades normal, pois a distribuição normal é a única que pode ser descrita completamente com a média e o desvio padrão. A formulação *second-moment* é consistente para outras funções de distribuição de probabilidades, não-normais, desde que se consiga uma distribuição normal equivalente que represente estas distribuições.

Os métodos de avaliação de p_f baseados na formulação *second-moment* são os mais utilizados e pesquisados na atualidade.

III.4.1 - MÉTODO FOSM (FIRST ORDER SECOND MOMENT)

O índice de segurança β , definido anteriormente, é a medida básica de confiabilidade. Este índice delimita o contorno da região falida, como pode ser visto na figura (III.1). Um índice β grande significa uma pequena probabilidade de falha p_f e vice-versa. Torna-se claro que β pode ser empregado como uma medida de segurança para qualquer função de falha $G(\underline{U})$ e para qualquer função de distribuição de probabilidade para as variáveis básicas U_i .

Quando $Z = G(\underline{U})$ é uma função linear com variáveis básicas U_i normalmente distribuídas, demonstra-se [6,4], que Z se comporta como uma variável normalmente distribuída, como visto no item (III.2).

Em geral $Z = G(\underline{U})$ não é linear. Então, mesmo com todas variáveis básicas U_i sendo normalmente distribuídas, Z não terá uma distribuição normal. Torna-se necessário, portanto, linearizar $G(\underline{U})$ para se obter a média μ_Z e o desvio padrão σ_Z , por uma expansão em série de Taylor sobre o ponto \underline{U}^* .

Aproximações que linearizam Z são denotadas *first order*.

Excluindo termos de ordem mais alta a função de falha $Z = G(\underline{U})$ pode ser escrita como

$$Z = G(\underline{U}^*) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial U_i} \right)_{\underline{U}^*} (U_i - U_i^*) \quad (III.9)$$

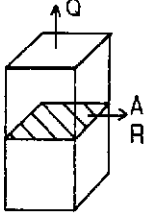
	<p>Dados estatísticos das variáveis (μ , σ)</p> <p>R - (62 , 6.2)</p> <p>A - (2.8 , 0.14)</p> <p>Q - 100 (determinística)</p>
FUNÇÃO DE FALHA Z	
<p>Formulação A</p> $Z = R - \frac{Q}{A}$	<p>Formulação B</p> $Z = RA - Q$
Média e desvio padrão de Z	
$\mu_z = \mu_R - \frac{Q}{\mu_A}$ $= 26.286$ $\sigma_z = \left[\sigma_R^2 + \left[\frac{Q}{\mu_A} \right]^2 \sigma_A^2 \right]^{1/2}$ $= 6.452$	$\mu_z = \mu_R \mu_A - Q$ $= 73.60$ $\sigma_z = \left[\sigma_R^2 \mu_A^2 + \sigma_A^2 \mu_R^2 \right]^{1/2}$ $= 19.41$
Índice de segurança β	
$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z}$ $= 4.07$	$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z}$ $= 3.79$

Figura III.3 - Formulação inconsistente para β

Assumindo que todas as variáveis básicas não são correlacionadas demonstra-se [5,6] que

$$\mu_z = G(\underline{U}^*) \quad (\text{III.10a})$$

e

$$\sigma_z = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial G}{\partial U_i} \right]_{\underline{U}^*}^2 \sigma_i^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{III.10b})$$

onde a derivada parcial de $G(\underline{U})$ em relação a U_i , $\frac{\partial G}{\partial U_i}$, é calculada no ponto \underline{U}^* e σ_i significa o desvio padrão da variável U_i .

Deste modo o índice β pode ser calculado pela expressão (III.5) e p_f por (III.4)

Esta é uma maneira simples de calcular β , porém a decisão crítica é a seleção do ponto de linearização apropriado \underline{U}^* . Nos primeiros estudos [7], o ponto \underline{U}^* foi considerado como sendo o valor médio das variáveis básicas. Esta escolha, porém não se revelou adequada, uma vez que diferentes valores de β são obtidos para duas formulações igualmente válidas para caracterizar um mesmo critério de falha, conforme demonstrado na figura (III.3). Este problema levou ao desenvolvimento do índice de segurança generalizado que será apresentado a seguir.

III.4.2 - MÉTODO INVARIANTE DE HASOFER-LIND

Baseado no problema apresentado na seção anterior HASOFER e LIND [9] propuseram um método para estabelecer um ponto adequado de linearização \underline{U}^* , para o qual β permaneça invariante com a formulação do problema.

Recordando o problema básico de confiabilidade, com as variáveis básicas R e S e a função de falha Z dada pela expressão (II.2), introduz-se agora o conceito das variáveis reduzidas onde

$$R' = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (\text{ III.11a })$$

$$S' = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (\text{ III.11b })$$

são as variáveis reduzidas de R e S.

A função de falha Z pode ser agora representada no espaço destas variáveis reduzidas, como mostra a figura (III.4). Em termos destas variáveis reduzidas, a função de falha Z, no estado limite Z=0, torna-se:

$$\sigma_R R' - \sigma_S S' + \mu_R - \mu_S = 0 \quad (\text{ III.12 })$$

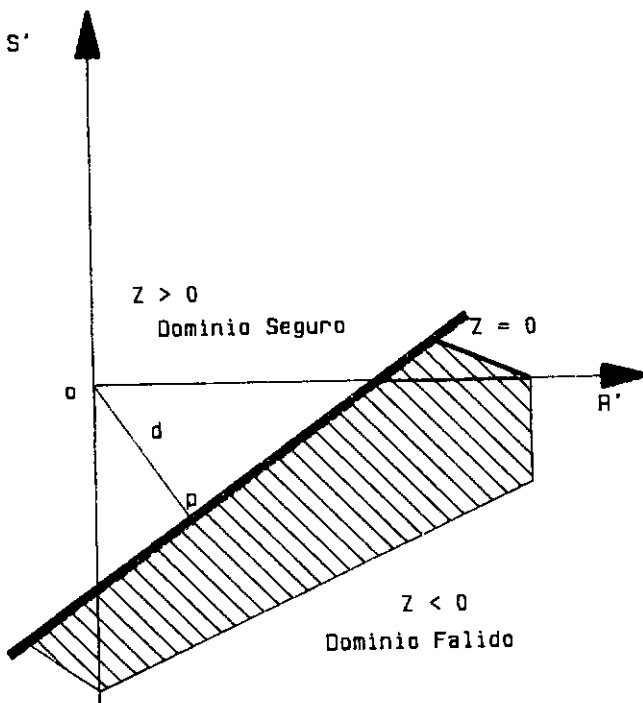


Figura III.4 - O problema clássico de confiabilidade representado no espaço das variáveis reduzidas

A distância d entre a origem O e reta $Z=0$, representada pela expressão (III.12), é uma medida de confiabilidade . Esta distância (\overline{OP}), considerando geometria analítica, é dada por :

$$d = \frac{\mu_R - \mu_S}{(\sigma_S^2 + \sigma_R^2)} \quad (\text{ III.13 })$$

Pode se observar que para R e S normalmente distribuídos a expressão (III.13) é idêntica à expressão (III.5) e então d pode ser considerado o índice de segurança β , ou seja $\beta = d$.

Em geral Z é uma função não linear de várias variáveis básicas U_i , tornando-se necessária a generalização deste procedimento.

Introduzindo-se as variáveis básicas na forma reduzida

$$U_i' = \frac{U_i - \mu_{U_i}}{\sigma_{U_i}} \quad (\text{ III.14 })$$

a função de falha $Z = G (\underline{U})$, no estado limite $Z = 0$, é dado por

$$G (\sigma_{U_1} U_1' + \mu_{U_1} , \dots , \sigma_{U_n} U_n' + \mu_{U_n}) = 0 \quad (\text{ III.15 })$$

que representa uma superfície no espaço n-dimensional, denominada superfície de falha. A figura (III.4) representa o caso bidimensional.

Observando a figura (III.5) nota-se que a região considerada segura ($G > 0$) aumenta ou diminui, a medida que a superfície de falha $G (U_1, U_2)$ se distancia ou se

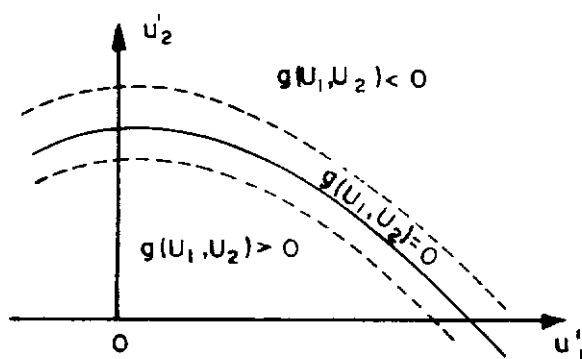


Figura III.5 - $G(\underline{U})$ no espaço bidimensional das variáveis reduzidas

aproxima da origem. Então, a posição da superfície em relação a origem determina uma medida de confiabilidade. Esta posição pode ser representada pela distância mínima entre a superfície de falha e a origem.

O ponto \underline{u}^* sobre a superfície de falha com a mínima distância à origem é denominado o ponto mais provável de falha. Este ponto, representado no espaço original das variáveis básicas, é portanto o ponto onde $Z = G(\underline{U})$ deve ser linearizada para β ser invariante com a formulação adotada. Esta descrição está representada na figura (III.6).

O ponto \underline{u}^* representado no espaço das variáveis básicas é dado por

$$\underline{U}^* = \underline{u}^* \sigma_{\underline{u}} + \mu_{\underline{u}} \quad (\text{ III.16 })$$

O índice de segurança β generalizado, fica definido como a distância mínima entre a superfície de falha e a origem, no espaço das variáveis reduzidas.

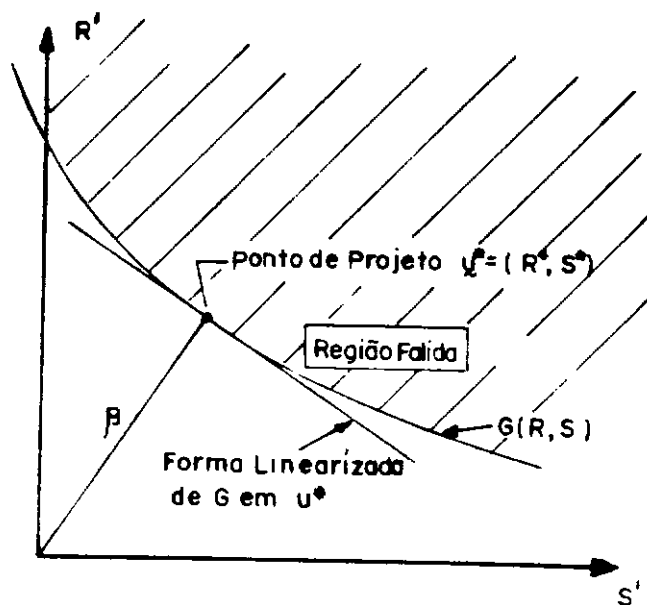


Figura III.6 - Índice β generalizado para duas dimensões

O problema é então determinar o ponto \underline{u}^* sobre a superfície de falha com a mínima distância à origem.

A distância de um ponto $\underline{u}' = (u_1', u_2', \dots, u_N')$, sobre a superfície de falha $G(\underline{u}) = 0$, à origem é dada por

$$D = \left[u_1'^2 + u_2'^2 + \dots + u_N'^2 \right]^{1/2} \quad (\text{III.17})$$

$$D = (\underline{u}'^t \underline{u}')^{1/2}$$

O ponto $\underline{u}^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_N^*)$ sobre a superfície de falha, que tem a mínima distância à origem pode ser determinado, segundo SHINOZUKA [10], minimizando a função D , sujeita a restrição $G(\underline{u}) = 0$.

Para isto utiliza-se o método do multiplicador de Lagrange, fazendo-se:

$$L = D + \lambda G (\underline{U}) \quad (\text{III.18})$$

ou

$$L = (\underline{U}^{s,1} \underline{U}^s)^{1/2} + \lambda G (\underline{U}) \quad (\text{III.19})$$

Em notação escalar, (III.19) pode ser escrito como:

$$L = (U_1^{s,2} + \dots + U_N^{s,2}) + \lambda G (U_1, \dots, U_N) \quad (\text{III.20})$$

onde $U_i = \sigma_{ui} U_i^s + \mu_{ui}$.

Minimizando L, se obtém o seguinte conjunto de (n+1) equações com (n+1) valores desconhecidos.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial U_i^s} &= \frac{U_i^s}{(U_1^s + U_2^s + \dots + U_N^s)^{1/2}} + \\ &\lambda \frac{\partial G}{\partial U_i^s} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = G (U_1, U_2, \dots, U_N) = 0 \quad (\text{III.22})$$

A solução do conjunto de equações (III.21) e (III.22) devem fornecer o ponto mais provável de falha \underline{u}^* .

Introduzindo o vetor gradiente

$$\underline{G} = \left(\frac{\partial G}{\partial U_1^s}, \frac{\partial G}{\partial U_2^s}, \dots, \frac{\partial G}{\partial U_N^s} \right) \quad (\text{III.23})$$

no qual

$$\frac{\partial G}{\partial U_i^s} = \frac{\partial G}{\partial U_i} \frac{dU_i}{dU_i^s} = \sigma_{ui} \frac{\partial G}{\partial U_i} \quad (\text{III.24})$$

O conjunto de equações (III.21) pode ser escrito na forma matricial como

$$\frac{\underline{U}'}{(\underline{U}'^t \underline{U}')^{1/2}} + \lambda \underline{G} = 0 \quad (\text{ III.25 })$$

ou ainda

$$\underline{U}' = - \lambda \underline{D} \underline{G} \quad (\text{ III.26 })$$

entretanto

$$\begin{aligned} \underline{D} &= \left[(\lambda \underline{D} \underline{G}^t) (\lambda \underline{D} \underline{G}^t) \right]^{1/2} \\ &= \lambda \underline{D} (\underline{G}^t \underline{G})^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{ III.27 })$$

donde

$$\lambda = (\underline{G}^t \underline{G})^{-1/2} \quad (\text{ III.28 })$$

Usando as expressões (III.28) em (III.26) tem-se

$$\underline{U}' = \frac{-\underline{G} \underline{D}}{(\underline{G}^t \underline{G})^{1/2}} \quad (\text{ III.29 })$$

pré-multiplicando (III.29) por \underline{G}^t

$$\underline{D} = \frac{-\underline{G}^t \underline{U}'}{(\underline{G}^t \underline{G})^{1/2}} \quad (\text{ III.30 })$$

Substituindo a equação (III.29) na equação (III.22) resulta uma simples equação com apenas \underline{D} desconhecido, expressado na equação (III.30). A solução resultante dá a distância mínima $d_{\min} = \beta$, então

$$\beta = \frac{- \underline{G}^{*t} \underline{u}^{*,*}}{(\underline{G}^{*t} \underline{G}^*)^{1/2}} \quad (\text{III.31})$$

na qual \underline{G}^* é o vetor gradiente avaliado no ponto mais provável de falha $\underline{u}^{*,*}$.

Na forma escalar a expressão (III.31) fica

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n u_i^{*,*} \left(\frac{\partial G}{\partial U_i} \right)_*}{\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial U_i} \right)_*^2 \right)^{1/2}} \quad (\text{III.32})$$

onde as derivadas parciais $\frac{\partial G}{\partial U_i}$ são avaliadas no ponto $\underline{u}^{*,*}$. Usando β em (III.29) este ponto torna-se

$$\underline{u}^{*,*} = \frac{- \underline{G}^* \beta}{(\underline{G}^{*t} \underline{G})^{1/2}} \quad (\text{III.33})$$

ou na forma escalar

$$u_i^{*,*} = - \alpha_i^* \beta \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (\text{III.34})$$

na qual

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial G}{\partial U_i} \right)_*}{\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial U_i} \right)_*^2 \right)^{1/2}} \quad (\text{III.35})$$

são os cossenos diretores em relação aos eixos u_i^* .

Este método pode ser resumido no seguinte algoritmo numérico apresentado por ANG [11]:

Passo 1 - Assumir valores iniciais para $U_i^*, i=1,2,\dots,n$ e obter

$$U_i'^* = \frac{U_i^* - \mu_{U_i}}{\sigma_{U_i}}$$

Passo 2 - Avaliar $\left(\frac{\partial G}{\partial U_i} \right)$ e α_i^* em $U_i'^*$.

Passo 3 - Formar $U_i^* = \mu_{U_i} - \alpha_i^* \sigma_{U_i} \beta$

Passo 4 - Substituir U_i^* anterior em $G(U_1^*, U_2^*, \dots, U_n^*)$ e resolver para β .

Passo 5 - Usando β obtido no passo anterior, reavaliar $U_i'^* = -\alpha_i^* \beta$

Passo 6 - repetir os passos 2 a 5 até a convergência ser obtida

A convergência do processo iterativo pode não ser obtida quando a função de falha é altamente não linear [2]. Outra possível deficiência deste processo é quando o ponto de partida for um ponto próximo a um ponto estacionário que não seja um de mínimo [5].

III.4.3 - MÉTODO DE HASOFER-LIND PARA VARIÁVEIS CORRELACIONADAS

Até aqui as variáveis básicas foram consideradas como sendo não correlacionadas ou variáveis estatisticamente independentes. Há casos, porém, que as variáveis básicas são correlacionadas e para ser possível a aplicação do procedimento anterior, deve ser feita uma transformação destas variáveis em um conjunto de variáveis aleatórias não correlacionadas.

Esta transformação da matriz de covariância \tilde{C} das variáveis aleatórias originais, é obtida da seguinte forma.

Supondo que a matriz de covariância das variáveis básicas originais U_1, U_2, \dots, U_N seja

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} \sigma_{U_1}^2 & \text{Cov}(u_1, u_2) & \dots & \text{Cov}(u_1, u_N) \\ \text{Cov}(u_2, u_1) & \sigma_{U_2}^2 & \dots & \text{Cov}(u_2, u_N) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{Cov}(u_N, u_1) & \text{Cov}(u_N, u_2) & & \sigma_{U_N}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.36})$$

onde os elementos $\text{Cov}(u_i, u_j)$, são as respectivas covariâncias entre os pares U_i e U_j . A covariância entre um par U'_i e U'_j no espaço das variáveis reduzidas é dado por [11]

$$\text{Cov}(U'_i, U'_j) = \frac{\text{Cov}(U_i, U_j)}{\sigma_{U_i} \sigma_{U_j}} \quad (\text{III.37})$$

ou

$$\text{Cov}(U'_i, U'_j) = \rho_{u_i, u_j} \quad (\text{III.38})$$

onde ρ_{u_i, u_j} é a correlação entre as variáveis U_i e U_j .

A matriz de covariância escrita no espaço das variáveis reduzidas corresponde à matriz de correlação das variáveis originais e é dada por

$$\underline{C}' = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.39})$$

O conjunto de variáveis básicas não correlacionadas pode ser obtido a partir de \underline{U}' através da seguinte transformação ortogonal [10]

$$\underline{Y} = \underline{T}^t \underline{U}' \quad (\text{III.40})$$

onde

\underline{T} = uma transformação ortogonal

$\underline{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ é o conjunto de variáveis transformadas não correlacionadas

\underline{T} é uma matriz ortogonal formada pelos autovetores calculados a partir da matriz de covariância \underline{C}' de forma que

$$\underline{T}^t \underline{C}' \underline{T} = \underline{\lambda} \quad (\text{III.41})$$

onde $\underline{\lambda}$ é a matriz diagonal dos autovalores de \underline{C}' . Observa-se que \underline{C}' é uma matriz real e simétrica, pois $\rho_{ij} = \rho_{ji}$; e então os autovetores são reais e ortogonais entre si.

O índice de segurança pode ser avaliado por

$$\beta = \frac{-\underline{G}^{*t} \underline{U}'^*}{(\underline{G}^{*t} \underline{C}' \underline{G}^{*})^{1/2}} \quad (\text{III.42})$$

onde as variáveis reduzidas \underline{U}' e as variáveis originais \underline{U} estão relacionadas a \underline{Y} através da seguinte expressão:

$$\underline{U}' = \underline{T} \underline{Y} \quad (\text{ III.43 })$$

e

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{\sigma}_U \underline{U}' + \underline{\mu}_U \\ \underline{U} &= \underline{\sigma}_U \underline{T} \underline{Y} + \underline{\mu}_U \end{aligned} \quad (\text{ III.44 })$$

na qual

$$\underline{\sigma}_U = \begin{bmatrix} \sigma_{U1} & & 0 \\ & \sigma_{U2} & \\ 0 & & \ddots \\ & & & \sigma_{Un} \end{bmatrix} \quad (\text{ III.45 })$$

e

$$\underline{\mu}_U = \begin{bmatrix} \mu_{U1} \\ \mu_{U2} \\ \vdots \\ \mu_{Un} \end{bmatrix} \quad (\text{ III.46 })$$

Deve-se ressaltar que (III.44) somente é válida quando se trata de variáveis aleatórias normalmente distribuídas. No caso de se tratar de variáveis aleatórias não normalmente distribuídas, este método poderá ser também utilizado, fazendo-se a transformação das variáveis não normais em normais equivalentes.

III.4.4 - MÉTODO INVARIANTE DE RACWITZ-FIESSLER

Como foi citado anteriormente, a formulação baseada na teoria do *second-moment* só é válida para variáveis

básicas cujas distribuições de probabilidade sejam normalmente distribuídas. No geral o problema é avaliar a probabilidade de falha, onde a função de falha $Z = G(\underline{U})$ é uma função qualquer e cada variável básica U_i tem uma distribuição de probabilidade qualquer.

Entretanto, esta formulação pode ser usada empregando-se o conceito de distribuição equivalente proposto por RACWITZ e FIESSLER [12], ou seja, transformar as variáveis não normalmente distribuídas em variáveis normalmente distribuídas equivalentes.

A distribuição normal equivalente, para uma variável básica individual não normalmente distribuída, deve ser obtida de maneira que suas funções acumulativa e de distribuição de probabilidades sejam iguais às suas correspondentes não normais, no ponto U_i^* , sobre a superfície de falha.

Igualando-se as ordenadas correspondentes às funções acumulativas de probabilidades tem-se

$$\psi \left[\frac{U_i^* - \mu_{ui}^N}{\sigma_{ui}^N} \right] = F_{ui}(U_i^*) \quad (III.47)$$

onde

μ_{ui}, σ_{ui} - são respectivamente a média e o desvio padrão da distribuição normal equivalente

$F_{ui}(U_i^*)$ - é a função acumulativa de probabilidades original de U_i avaliada em U_i^*

$\psi()$ - é a função acumulativa de probabilidade da distribuição normal padrão.

A expressão (III.47) resulta em

$$\mu_{ui}^N = U_i^* - \sigma_{ui}^N \psi^{-1} \left[F_{ui}(U_i^*) \right] \quad (\text{ III.48 })$$

Agora, igualando-se as ordenadas correspondentes às funções distribuição de probabilidades em U_i^* resulta

$$\frac{1}{\sigma_{ui}^N} \phi \left[\frac{U_i^* - \mu_{ui}^N}{\sigma_{ui}^N} \right] = f_{ui}(U_i^*) \quad (\text{ III.49 })$$

onde

$f_{ui}(U_i^*)$ - é a função distribuição de probabilidade original avaliada em U_i^*

$\phi ()$ - é a função distribuição de probabilidade normal padrão

Desenvolvendo-se as expressões (III.48) e (III.49) obtém-se

$$\sigma_{ui}^N = \frac{\phi \left\{ \psi^{-1} \left[F_{ui}(U_i^*) \right] \right\}}{f_{ui}(U_i^*)} \quad (\text{ III.50 })$$

As expressões (III.48) e (III.50) definem os dois parâmetros básicos da distribuição normal equivalente.

O índice de segurança β pode ser obtido através do seguinte algoritmo.

Passo 1 - Assumir todas variáveis U_i como normais

Passo 2 - Usar o método de Hasofer-Lind e calcular o ponto U^* sobre a superfície de falha

Passo 3 - Recalcular a média e o desvio padrão das

variáveis não normais através das expressões
(III.49) e (III.51)

Passo 4 - Repetir os passos 2 e 3 até a convergência
ser obtida para o ponto U^*

É possível portanto considerar variáveis não
normalmente distribuídas e correlacionadas como pode ser
visto em [11]. Porém, neste trabalho somente serão
consideradas variáveis aleatórias normalmente distribuídas
e não correlacionadas.

CAPÍTULO IV

CONFIABILIDADE DE UM SISTEMA ESTRUTURAL

IV.1 - INTRODUÇÃO

Os métodos existentes para o cálculo da probabilidade de falha de um sistema estrutural podem ser divididos em duas classes; os métodos gerais e os métodos especializados.

Os primeiros são considerados gerais no sentido que podem ser utilizados com qualquer tipo de formulação, ou seja, eles podem incluir por exemplo uma análise dinâmica não linear. A base destes métodos envolve realizações de simulações com as variáveis aleatórias e a verificação, para cada simulação, das condições de ocorrência de "falha". O quociente entre o número de ocorrências de falha e o número total de simulações pode ser considerado uma estimativa da probabilidade de falha. A ferramenta básica destes métodos, é representada por técnicas de simulação baseadas no método de Monte Carlo apresentada no capítulo III. Estes métodos são conceitualmente simples, mas devido aos pequenos valores da probabilidade de falha, tipicamente encontrados em sistemas estruturais, o número de simulações necessárias resulta exageradamente grande, tornando impraticável sua aplicação para a maioria dos problemas reais.

Na segunda classe de métodos o sistema estrutural é definido por um número finito de elementos estruturais

cujas características de força-deformação são representadas por dois estados, antes da falha e depois da falha, não havendo estados intermediários, sob a ação de cargas estáticas. Considera-se, portanto, um problema de análise linear estática com elementos estruturais não lineares. Estes métodos requerem a identificação de seqüências de falhas de elementos estruturais que levem o sistema estrutural ao colapso. A falha do sistema estrutural é definida como o evento de que qualquer uma destas seqüências ocorra. Para sistemas estruturais grandes, o número total de seqüências possíveis é muito alto e um passo crucial é identificar as seqüências mais prováveis de ocorrerem. Estes métodos são computacionalmente mais eficientes que os primeiros mas são restritos a determinados problemas.

Neste trabalho somente métodos pertencentes a segunda classe serão analisados.

IV.2 - MÉTODOS ESPECIALIZADOS

IV.2.1 - DESCRIÇÃO GERAL

Tendo sido definido o(s) critério de falha para o sistema estrutural como um todo e o(s) critério de falha para os elementos estruturais que compõem a estrutura deseja-se encontrar as seqüências de falhas destes elementos que levem a estrutura ao colapso. Estas seqüências de falha são denominadas por " modos de falha " ou " modos de colapso " da estrutura. Para um determinado

sistema estrutural existe um grande número de modos de falha. A representação gráfica destes modos é denominada de " árvore de falhas ". Para a estrutura representada na figura (IV.1) a árvore de falhas, com todos os possíveis modos de falha, está representada na figura (IV.2).

Em um dado modo de falha a estrutura pode-se encontrar em vários estados de avaria, ou seja, com vários elementos já falidos. Uma representação de um estado avariado pode ser dada por

$$A_j = (E_1, E_2, \dots, E_m) \quad (IV.1)$$

onde m indica o número de elementos já falidos e E o elemento falido. Um modo de falha é definido como um estado avariado pelo qual a estrutura deixa de satisfazer seus propósitos definidos pelo(s) critérios de falha da estrutura como um todo.

IV.2.2 - PROBABILIDADE DE FALHA DO SISTEMA ESTRUTURAL

Em um sistema estrutural existe um grande número de seqüências de falhas que conduzem ao colapso global. O evento falha do sistema estrutural é dado pelo evento de que uma destas seqüências possa ocorrer, ou seja

$$E (F_s) = E (F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_N) \quad (IV.2)$$

onde F_i é o evento falha do $i^{\text{ésimo}}$ modo e N o número de modos de falha independentes. A probabilidade de falha

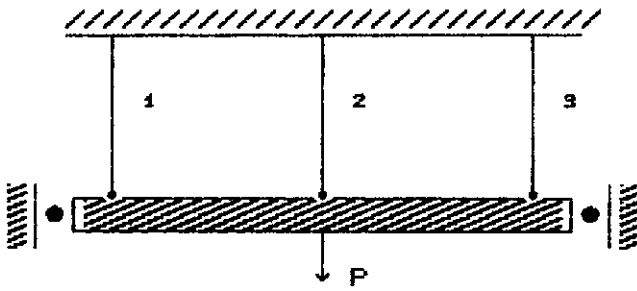


Figura IV.1 - Estrutura composta de três barras em paralelo

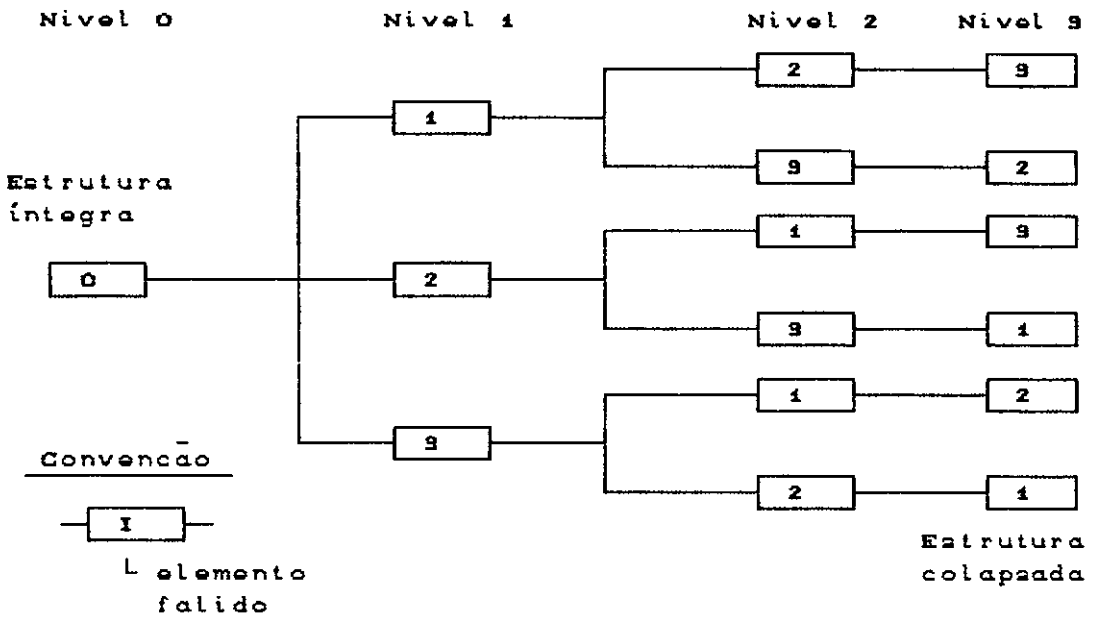


Figura IV.2 - Árvore de falhas para a estrutura representada na figura (IV. 1)

pode ser dada por

$$\begin{aligned}
 P_{fs} &= \text{Prob} \left[E (F_s) \right] \\
 &= \text{Prob} (F_1) \cup \dots \cup \text{Prob} (F_N)
 \end{aligned}
 \quad (\text{ IV.3 })$$

onde $\text{Prob} (F_i)$ denota a probabilidade do modo de falha F_i ocorrer.

Denotando $\text{Prob} (F_i)$ por p_{fi} a expressão (IV.3)

pode ser escrita da seguinte forma

$$P_{fs} = p_{f1} \cup p_{f2} \cup \dots \cup p_{fN} \quad (IV.4)$$

ou

$$P_{fs} = \sum_{i=1}^n p_{fi} \quad (IV.5)$$

De uma maneira alternativa, segundo GORMAN [13], a probabilidade de falha do sistema estrutural pode ser escrita como

$$\text{Prob} \left[E (F_s) \right] = 1 - \text{Prob} \left[\bar{E} (F_s) \right] \quad (IV.6)$$

onde $\bar{E} (F_s)$ denota o evento complementar do evento $E (F_s)$, ou seja, o evento da estrutura não falhar, e é dado por

$$\bar{E} (F_s) = E (\bar{F}_1 \cap \bar{F}_2 \cap \dots \cap \bar{F}_N) \quad (IV.7)$$

onde \bar{F}_i é o evento do modo de falha i não ocorrer. A probabilidade do evento $\bar{E} (F_s)$, para modos de falha independentes, pode ser escrito através da regra de Morgan por

$$\text{Prob} \left[\bar{E} (F_s) \right] = \text{Prob} (\bar{F}_1) \cap \dots \cap \text{Prob} (\bar{F}_N) \quad (IV.8)$$

sabendo-se que

$$\text{Prob} (\bar{F}_i) = 1 - \text{Prob} (F_i) \quad (\text{IV.9})$$

e usando a notação anterior a expressão (IV.6) pode ser escrita da seguinte maneira

$$P_{fs} = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - p_{fi}) \quad (\text{IV.10})$$

Para probabilidades p_{fi} pequenas a expressão (IV 10) pode ser escrita como

$$P_{fs} \approx \sum p_{fi} \quad (\text{IV.11})$$

que é similar à expressão (IV.5).

Como já se notou a probabilidade de falha de um sistema estrutural depende da probabilidade de um modo de falha ocorrer. Esta probabilidade é analisada da seguinte maneira. Seja um modo de falha F_i , onde

$$F_i = (M_{1i}, M_{2i}, \dots, M_{mi}) \quad (\text{IV.12})$$

onde M_{ji} denota a falha do $j^{\text{ésimo}}$ elemento e m representa o número de elementos estruturais necessários para formar o $i^{\text{ésimo}}$ modo de falha.

O evento "falha do $i^{\text{ésimo}}$ modo" é definido pelo evento

$$E (F_i) = E (M_{1i} \cap M_{2i} \cap \dots \cap M_{ni}) \quad (IV.13)$$

a probabilidade do evento $E (F_i)$ ocorrer é dada por

$$\text{Prob} \left[E (F_i) \right] = \text{Prob} \left[E (M_{1i} \cap M_{2i} \cap \dots \cap M_{ni}) \right] \quad (IV.14)$$

considerando a falha de um elemento estrutural independente da falha de qualquer outro a expressão (IV.14) pode ser escrita da seguinte forma

$$\text{Prob} \left[E (F_i) \right] = \text{Prob} (M_{1i}) \cap \dots \cap \text{Prob} (M_{ni}) \quad (IV.15)$$

usando a notação anterior

$$P_{fi} = P_{fm_{1i}} \cap P_{fm_{2i}} \cap \dots \cap P_{fm_{ni}} \quad (IV.16)$$

onde p_{fm} é a probabilidade de falha do elemento estrutural M_j no $i^{\text{ésimo}}$ modo. Esta probabilidade é obtida a partir da definição do critério de falha para o elemento estrutural, e a partir daí, utilizam-se os métodos apresentados no

capítulo III.

IV.2.3 - TÉCNICA DA CARGA RESIDUAL

Para análise de uma sequência de falha os elementos considerados falidos são retirados de serviço. A matriz de rigidez da estrutura é atualizada, e estes elementos são representados pelos esforços nodais residuais atuando no seus nós [6]. Estes esforços correspondem a resistência residual do elemento após a falha. O comportamento do material após a falha é considerado como sendo frágil ($\eta=0$), *semi-brittle* ($0 < \eta < 1$) e plástico ($\eta=1$) [6]. A representação destes materiais está na figura (III.3).

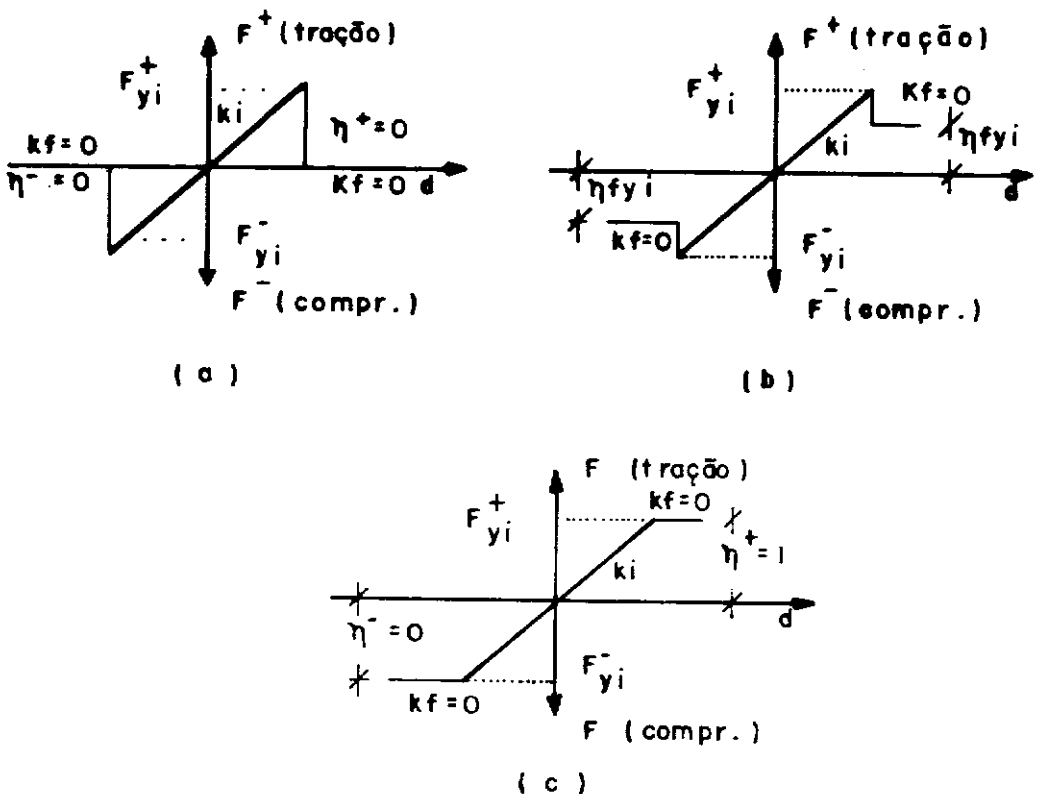


Figura III.3 - (a) material frágil, (b) material *semi-brittle*, (c) material plástico

Como uma ilustração da técnica da carga residual, considere a estrutura representada na figura (III.4a) onde a carga $P=100$ (determinística). As barras 1 e 2 têm resistências 120 e 80 respectivamente, normalmente distribuídas com o coeficiente de variação $0.20 \left(\frac{\mu}{\sigma} \right)$ e o material é plástico ($\eta=1$). Ambas as barras têm a mesma rigidez k .

Usando a expressão (III. 4) pode-se calcular a probabilidade de falha de cada barra.

$$\beta_1 = \frac{120 - 50}{\left[(.20*120)^2 + (50*0)^2 \right]^{1/2}} = 2.93$$

$$p_{f1} = .17E-2$$

Similarmente

$$\beta_2 = 1.94$$

$$p_{f2} = .262E-1$$



Figura (III.4) - (a) estrutura com duas barras em paralelo, (b) representação da força artificial

Supondo que a barra 2 tenha falido, a força residual é repassada ao sistema como indicado na figura (III.4b).

A probabilidade de falha da barra 1, depois da barra 2 falir, é dada por

$$\beta_1 = \frac{120 - 100 + 80}{\left[(.20*120)^2 + (100*0)^2 + (80*.20)^2 \right]^{1/2}}$$

$$\beta_1 = 3.467$$

$$p_{f1}^2 = .27E-3$$

A probabilidade do modo de falha $F_1 = (2,1)$ ocorrer é dada pela expressão (IV.16).

$$p_f = .27E-3 * .262E-1 = .70E-5$$

IV.2.4 - ALGUNS MÉTODOS ESPECIALIZADOS

Para uma estrutura real a árvore de falhas se torna imensa, com um grande número de modos de falha e na prática é quase impossível determinar cada um destes modos individualmente. Entretanto na maioria dos casos, somente uma pequena quantidade de modos contribuem de maneira significativa para a probabilidade de falha do sistema estrutural [2,6]. Então, um passo importante na análise é a identificação deste subconjunto de modos significativos.

Existem vários métodos que procuram identificar os modos principais de falha. Para ilustrar os métodos que serão apresentados a seguir será utilizada como exemplo a estrutura representada na figura (IV.5) com sua respectiva árvore de falhas representada na figura (IV.6).

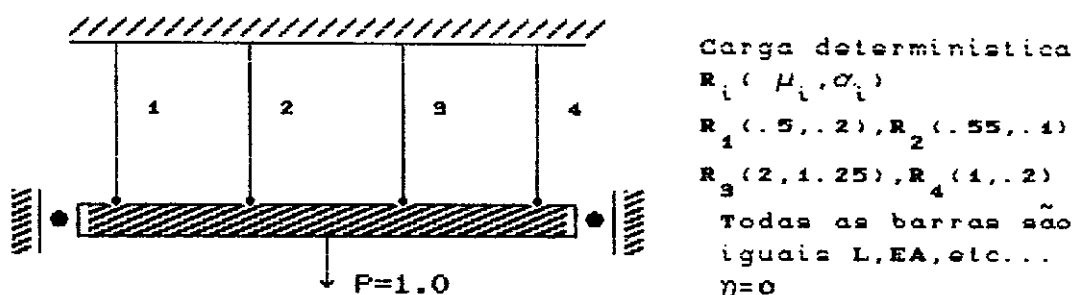
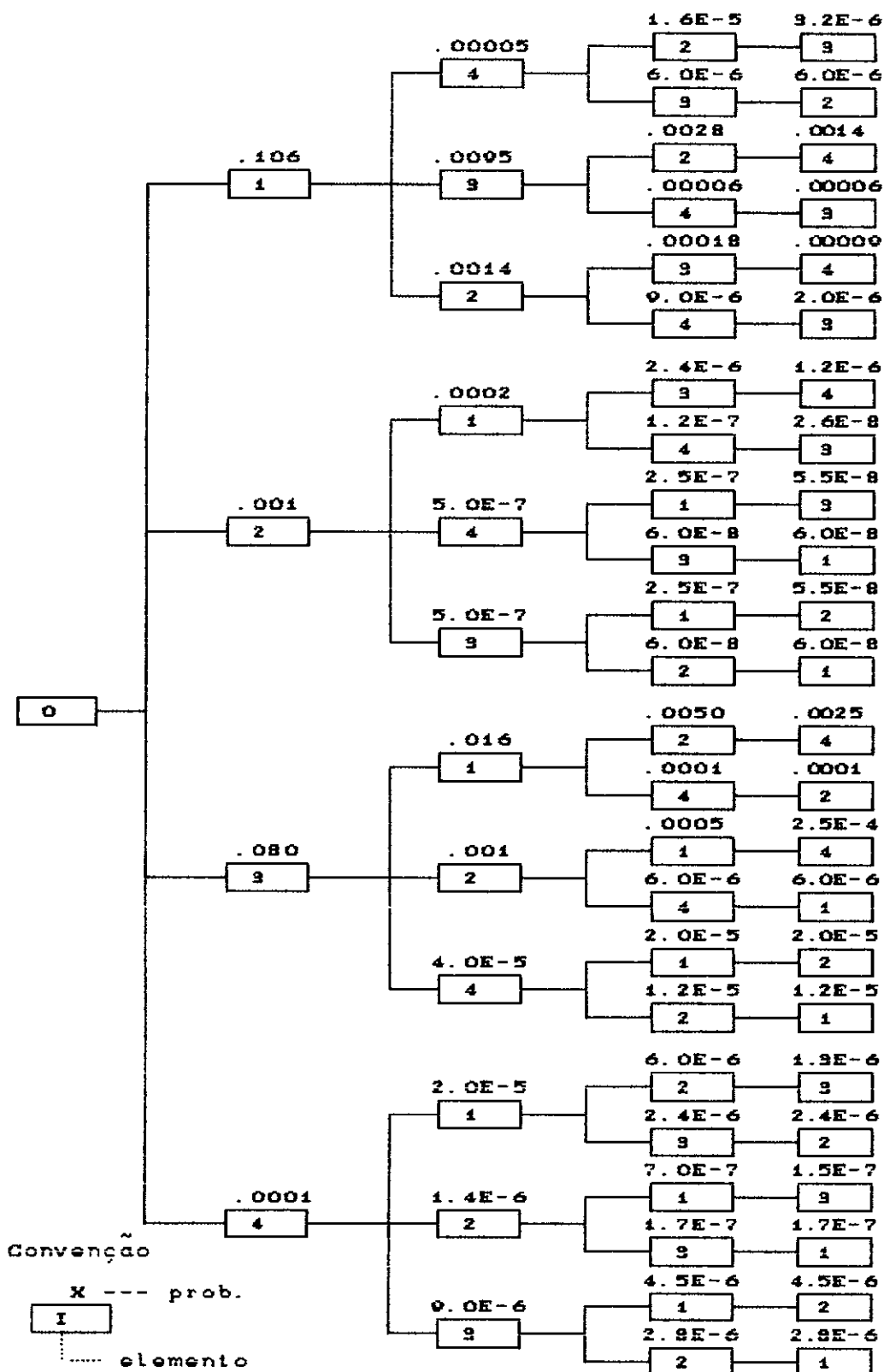


Figura IV.5 - Estrutura composta de quatro barras em paralelo

IV.2.4.1 - MÉTODO DA PROBABILIDADE MARGINAL

Neste método, uma sequência de falha é desenvolvida de modo que a cada estágio o próximo ramo a ser seguido na árvore de falhas, correspondente ao elemento selecionado como o próximo a falir, é aquele com a maior probabilidade de falha. Supondo um estado avariado A_{ij} , onde os elementos i e j são considerados como falidos (primeiro i e depois j), o próximo elemento (ramo) k selecionado para falir é aquele com a maior probabilidade de falha entre os elementos em serviço. Para a estrutura representada na figura (IV.5) a aplicação deste método é a seguinte : para a estrutura intacta o primeiro elemento escolhido a falir é o elemento 1 ($p_{f1} = .106$), a partir daí a análise é feita para a estrutura avariada sem o elemento 1, e a falha subsequente é o elemento 3 ($p_{f3}^1 = 0.09$). Prosseguindo desta forma a sequência de falha resultante é (1,3,2,4). Entretanto esta não é a sequência mais provável de ocorrer como pode ser visto na figura (IV.6).

Uma variação deste método é o algoritmo de MUROTSU [14]. Este algoritmo é descrito nos seguintes passos:



- 1º modo mais provável - 3,1,2,4
 2º modo mais provável - 1,3,2,4
 3º modo mais provável - 3,2,4,1

Figura IV.6 - Árvore de falhas da estrutura representada na figura IV.5.

Passo 1 - Para a estrutura intacta seleccionar o conjunto dos N primeiros elementos a falir $[e_1, e_2, \dots, e_N]$ que satisfaça a inequação

$$P_{fe_i} \geq 10^{-\gamma} \max P_{fe_i} \quad (IV.17)$$

onde γ é uma constante dada e $\max P_{fe_i}$ a maior probabilidade de falha para a estrutura intacta. Estes elementos constituirão os ramos iniciadores da árvore de falhas

Passo 2 - Para cada ramo seleccionado no passo anterior encontrar uma sequência de falhas cujo o próximo ramo considerado corresponda ao ramo dos elementos em serviço, com a maior probabilidade de falha.

A figura (IV.7) mostra os modos seleccionados pelo algoritmo de Murotsu para a estrutura apresentada na figura (IV.5).

Este algoritmo selecciona um único modo a partir de cada ramo primário da árvore de falhas. Os modos seleccionados são todos modos importantes, porém podem estar sendo desprezados outros modos igualmente importantes a partir desses mesmos ramos primários da árvore de falhas, que não foram considerados.

Neste método, a cada passo somente falhas subsequentes são examinadas e é possível que uma sequência inicialmente menos provável torne-se mais tarde uma sequência importante. Um exemplo disto são as sequências (1,3,2,4) e (3,1,2,4). A primeira é inicialmente mais provável, porém, no final, a segunda torna-se mais provável.

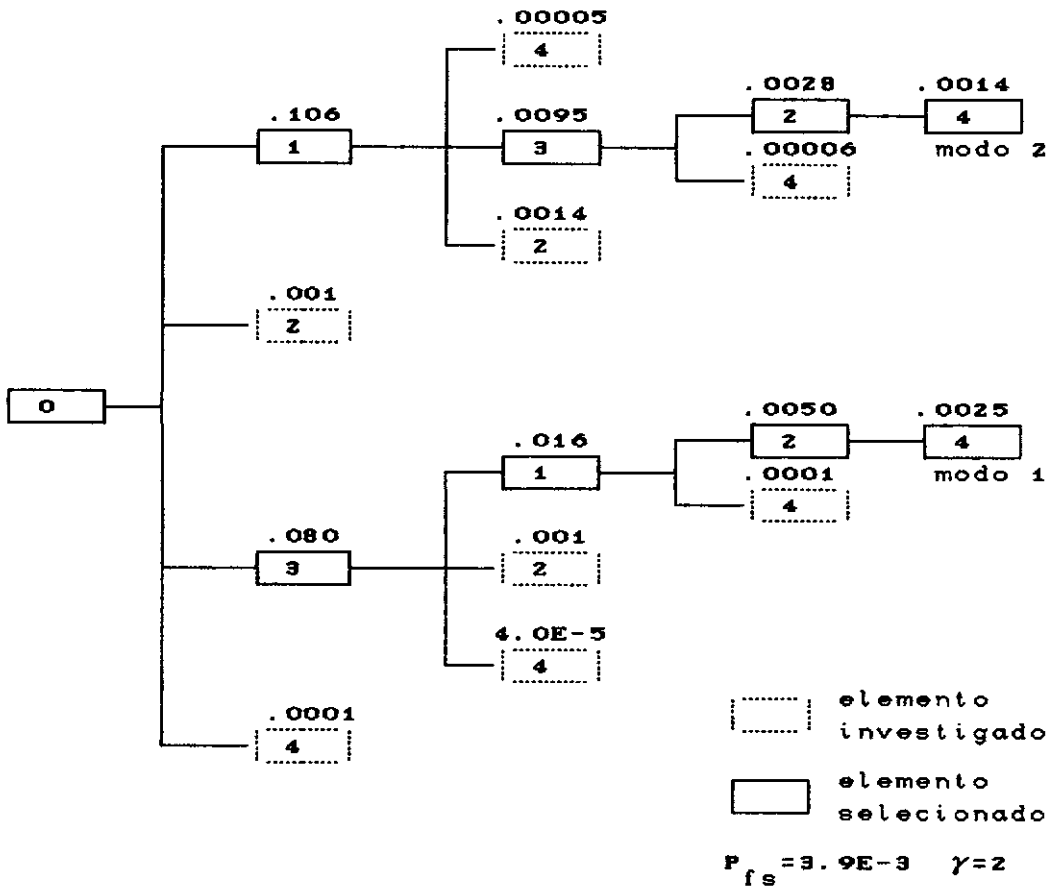


Figura IV.7 - Modos de falha selecionados pelo algoritmo de Murotsu para a estrutura representada na Figura (IV.5).

IV.2.4.2 - MÉTODO *BRANCH and BOUND*

Este é um método, proposto por GUENARD [2], usado em confiabilidade de sistemas estruturais para garantir a obtenção das seqüências de falha mais prováveis. O objetivo é construir uma parte da árvore de falhas que inclua todos os ramos mais prováveis de ocorrerem.

O primeiro passo consiste em calcular a probabilidade individual de falha dos elementos para a estrutura

íntegra, ou seja , a probabilidade inicial de todos os ramos primários da árvore de falhas. A seguir a análise continua pelo ramo com a maior probabilidade de falha. Todas as ramificações subsequentes ao ramo selecionado são geradas e inspeccionadas. Observa-se que nesta ocasião coexistem tanto os ramos atualmente gerados, como os pertencentes ao passo anterior. A análise prosseguirá então, pelo ramo com maior probabilidade de ocorrência. Desta forma grande parte da árvore de falhas vai sendo gerada, e o primeiro ramo que corresponder a um estado de colapso da estrutura como um todo, será o modo de falha mais provável de acontecer.

uma vez encontrada o modo de falha mais provável, os demais (segundo,terceiro,etc...) serão formados analogamente, a partir dos demais ramos anteriormente gerados.

A ilustração deste método para a estrutura apresentada na figura (IV.5) encontra-se representada na figura (IV.8).

A diferença básica deste método, comparado com o método de Murotsu, é que a análise somente continuará em um determinado ramo se a sua probabilidade de ocorrência for maior em relação aos ramos deixados para trás.

Este algoritmo gera os modos mais prováveis de ocorrer, mas é muito difícil de ser implementado computacionalmente. Para estruturas reais, onde árvore de falhas é muito grande, o algoritmo torna-se impraticável pelo excessivo número de modos que são gerados.

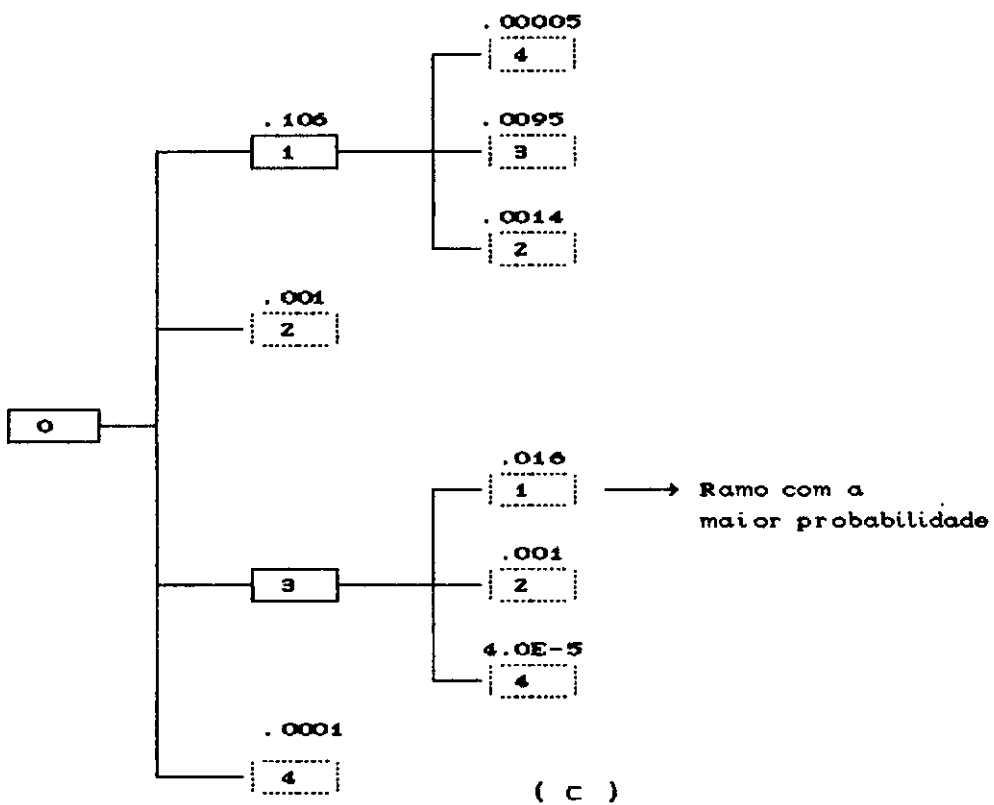
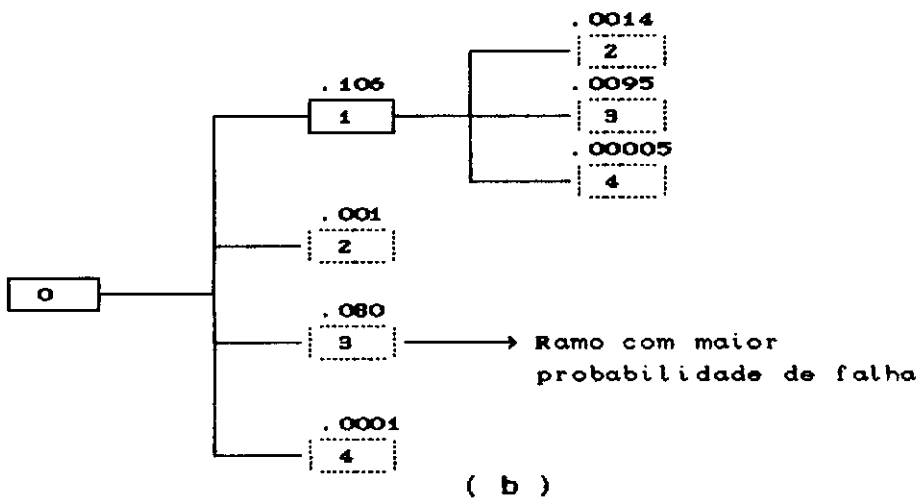
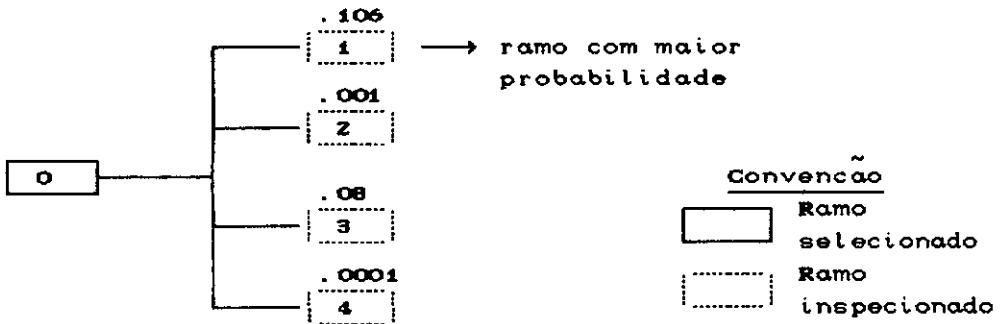


Figura IV.8 - Método *branch and bound* aplicado à estrutura representada na figura (IV.5). (Continua)

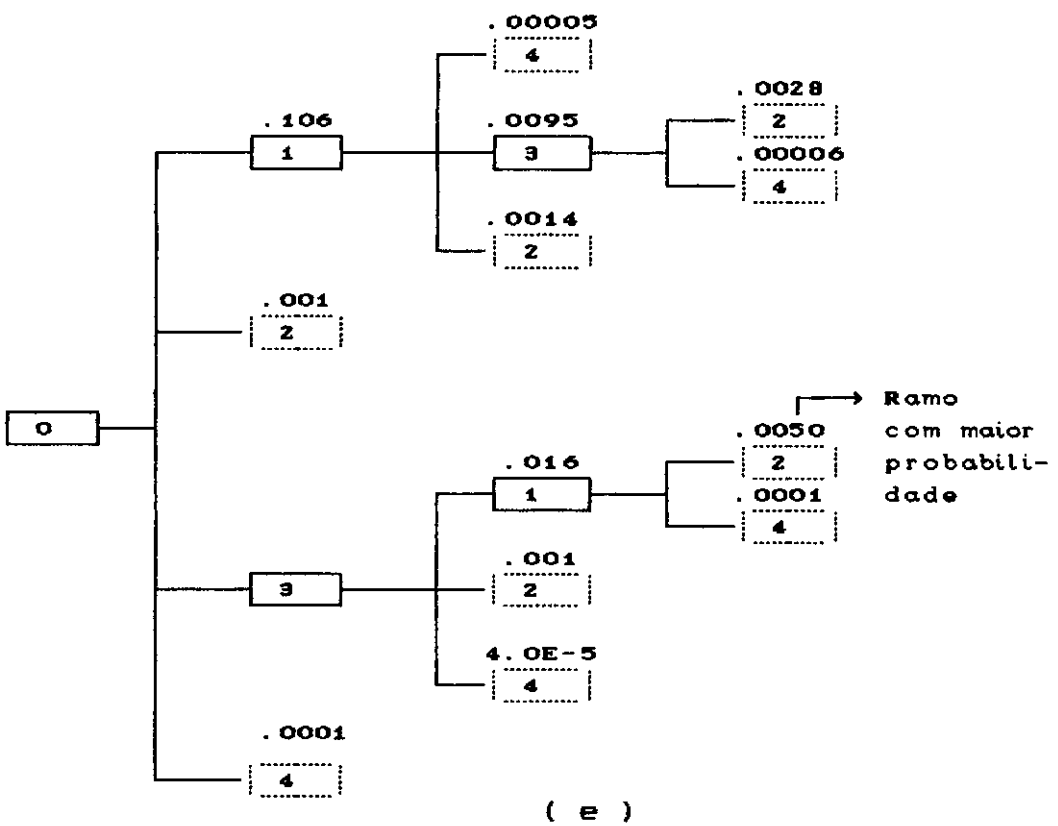
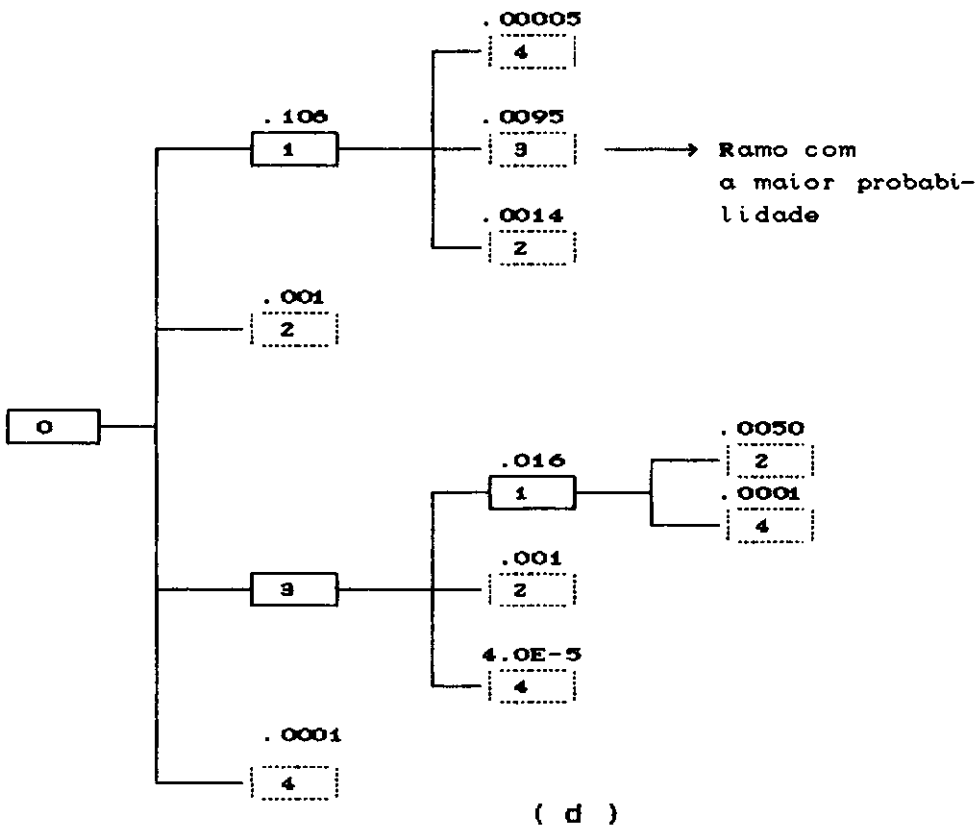


Figura IV.8 - Método *branch and bound* aplicado à estrutura representada na figura (IV.5). (continua)

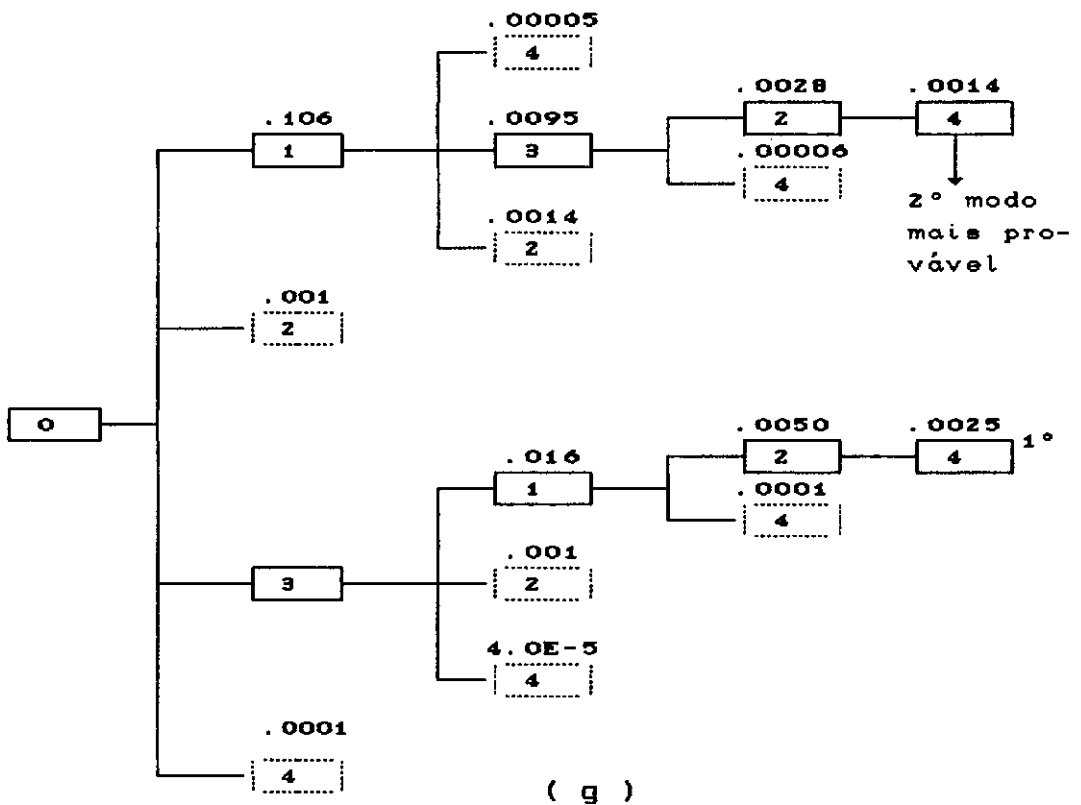
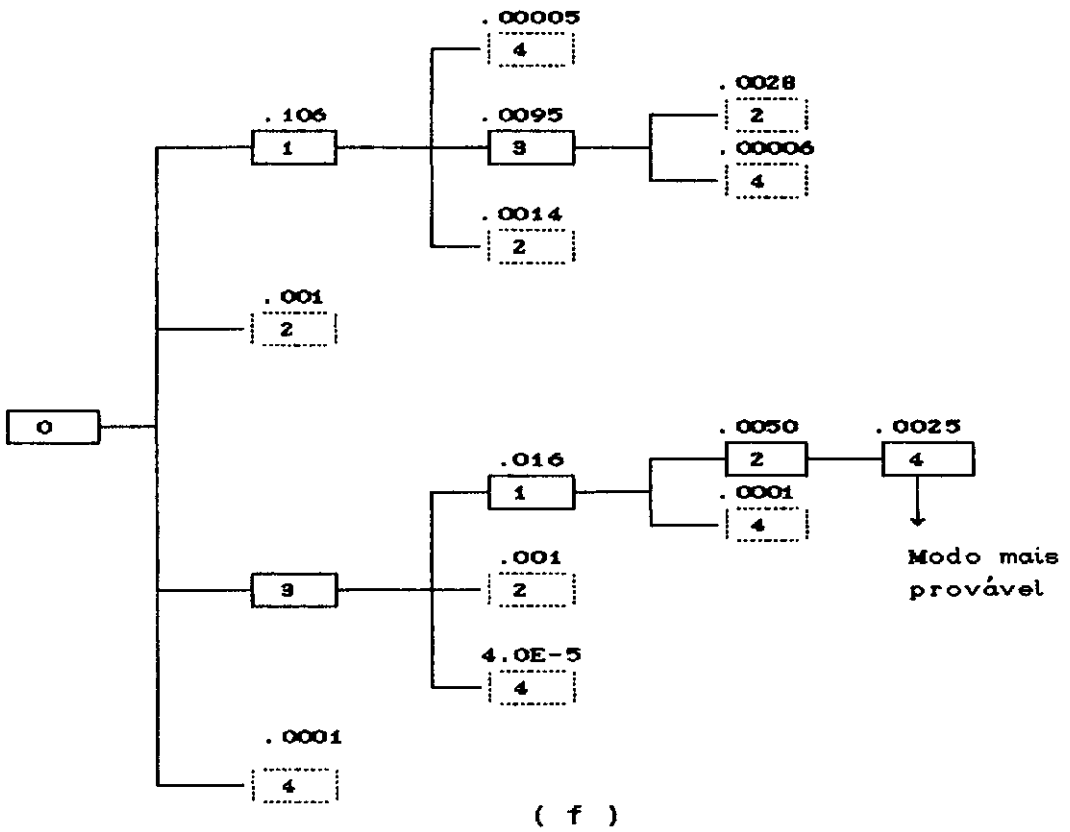


Figura IV.8 - Método *branch and bound* aplicado à estrutura representada na figura (IV.5). (Continuação)

IV.2.4.3 - MÉTODO PROPOSTO

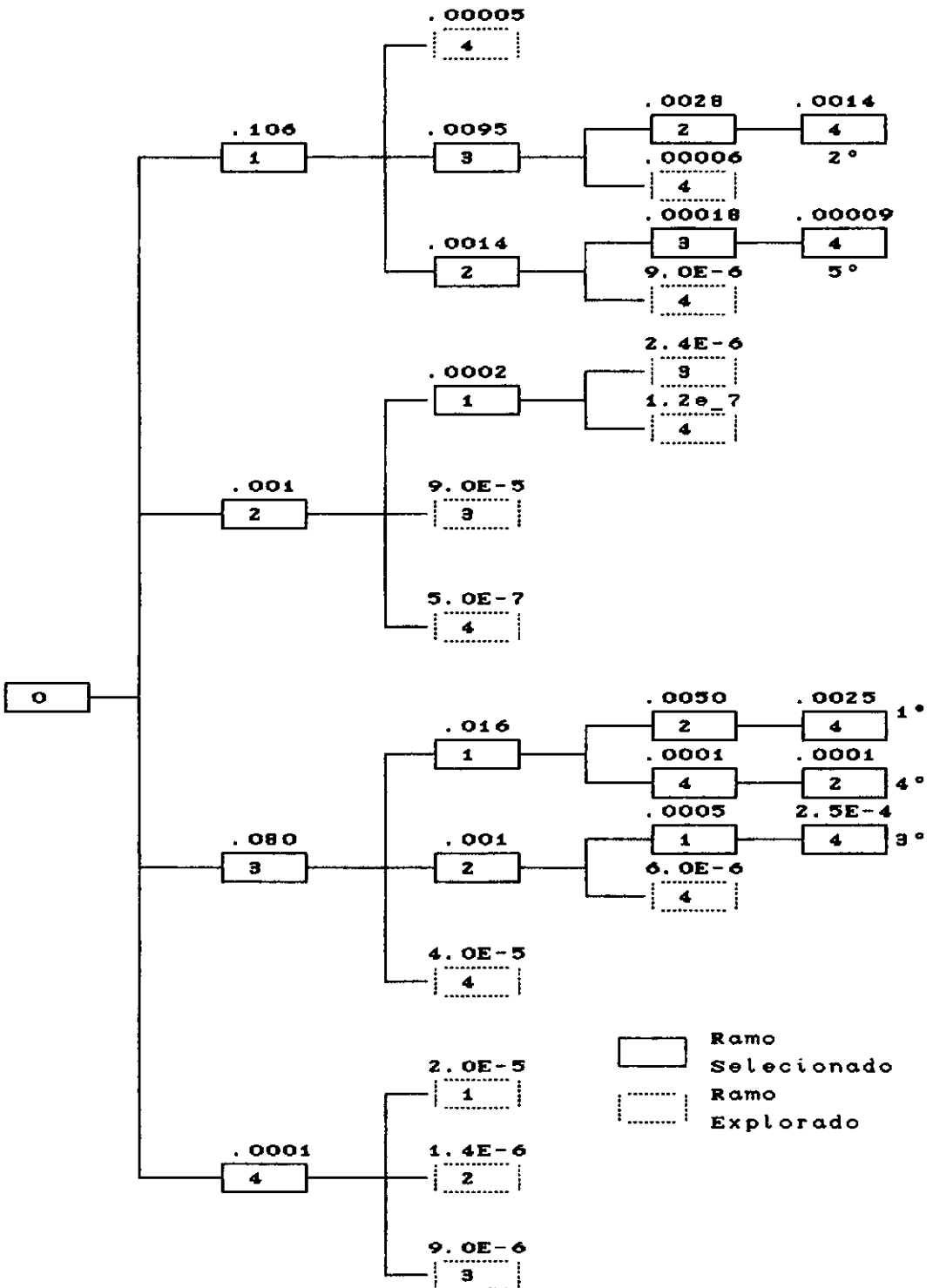
No método proposto neste trabalho, o passo inicial consiste em escolher o número N de modos de falha desejados. A partir da estrutura íntegra, calcula-se a probabilidade de falha de cada elemento estrutural, ou seja dos ramos primários da árvore de falhas. A seguir seleciona-se os N ramos mais prováveis, gerando-se para cada um deles, os ramos subsequentes. Entre todos os ramos atualmente gerados seleciona-se novamente apenas os N ramos mais prováveis. A partir destes N ramos selecionados, são gerados os ramos subsequentes. O processo continua até que os N ramos atualmente selecionados correspondam, respectivamente, a estados de colapso da estrutura.

Durante o processo alguns ramos gerados já podem corresponder a estados de colapso da estrutura, sendo suas informações armazenadas.

Após o término do processo, escolhe-se os N modos mais prováveis no conjunto constituído pelos ramos armazenados e pelos ramos correspondentes à última fase da análise.

A ilustração deste método para a estrutura representada na figura (IV.5) está exposta na figura (IV.9).

Os N modos selecionados podem não se constituir necessariamente nos modos mais prováveis da estrutura, pelo mesmo motivo apresentado pelo método de Murotsu porém, em geral os modos obtidos incluem a maioria dos



- 1° modo mais provável - 3,1,2,4
 2° modo mais provável - 1,3,2,4
 3° modo mais provável - 3,2,4,1
 4° modo mais provável - 3,1,4,2
 5° modo mais provável - 1,2,3,4

Figura (IV.9) - Ilustração do método frontal para a estrutura representada na figura (IV.5) usando $N = 5$.

modos importantes, dependendo do número N de modos de falha inicialmente escolhido.

Observa-se também que o método proposto é significativamente mais simples que o método *Branch and Bound*, tornando-se viável a sua implementação computacional.

CAPÍTULO V

TÓPICOS DE COMPUTAÇÃO PARALELA

V.1 - INTRODUÇÃO

Segundo NAVAUX [15], computação paralela pode ser definida como uma forma eficiente do processamento da informação com ênfase na exploração de eventos concorrentes no processo computacional.

A idéia básica de computação paralela é a de um conjunto de processadores trabalhando em cooperação sobre uma mesma tarefa. Entretanto, esta idéia não é nova, uma vez que em 1920 Vanevar Bush do MIT apresentava um computador analógico capaz de resolver equações diferenciais em paralelo; outras idéias foram defendidas por Von Neumann, em seus trabalhos publicados, nos anos quarenta. Porém o marco inicial dos computadores paralelos, é considerado como sendo o ILLIAC IV construído em fins dos anos sessenta na Universidade de Illinois, composto de 64 processadores.

A razão comercial do surgimento da computação paralela é a capacidade de aumentar a velocidade de processamento com uma única máquina. Como o aumento da velocidade de processamento das máquinas seqüenciais é limitado pela tecnologia, a solução empregada para aumentar a capacidade de computação é utilizar processadores em paralelo.

A idéia de paralelismo não está diretamente ligada

máquinas de alta performance (por exemplo, os supercomputadores). Dentro deste contexto são encontradas máquinas paralelas com processadores muito simples, limitadas a resolver pequenas tarefas, bem como máquinas com os poderosos processadores vetoriais.

V.2 - NÍVEIS DE PARALELISMO

De uma maneira simples o paralelismo pode ser classificado em dois níveis :

- a) de dados
- b) de processos

V.2.1 - PARALELISMO A NÍVEL DE DADOS

O paralelismo a nível de dados (*loops*, instruções) é representado pelos processadores vetoriais. Estes processadores utilizam o conceito de *pipeline*, que é a segmentação explícita de uma unidade aritmética em diferentes partes. Cada qual executa uma subfunção sobre um par de operandos. Isto está ilustrado na figura (V.1), para adição em ponto flutuante, numa segmentação de 6 seções.

A técnica de pipeline é a mesma que a empregada numa fábrica onde a linha de montagem trabalha com diversos estágios cujos funcionários executam, cada um, a mesma tarefa. À medida que o produto em fabricação passa pelos diversos estágios, vai ficando pronto e ao final ele deve estar completamente acabado.

Como o exemplo mostrado na figura (V.1) cada uma das seis seções faz uma parte da adição global. Cada segmento pode estar trabalhando com um par de operandos, possibilitando então, que seis pares de operandos possam estar no *pipeline* num dado momento. A vantagem neste caso é que os resultados estariam sendo computados numa proporção de seis vezes mais rápido que seriam obtidos com uma simples unidade aritmética, que aceita um par de operandos por vez e calcula o resultado antes de pegar o próximo par de operandos.

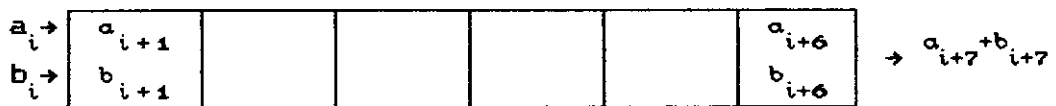


Figura (V.1) - Arquitetura *pipeline*

IV.2.2 - PARALELISMO A NÍVEL DE PROCESSOS

O paralelismo a nível de processos (rotinas, subrotinas, etc...) é representado pelos multiprocessadores.

Como já referido anteriormente, a idéia básica de um multiprocessador é fazer que um certo número de processadores trabalhem de forma concorrente sobre uma mesma tarefa. A motivação é que se um processador consome uma quantia de tempo t para executar uma determinada tarefa, então com p processadores a mesma tarefa poderia teoricamente ser executada num tempo $\frac{t}{p}$. Entretanto, somente em casos especiais isto pode acontecer. O objetivo

principal torna-se então, criar algoritmos que obtenham a máxima eficiência, para um determinado problema, em uma máquina paralela.

V.2.2.1 - CLASSIFICAÇÃO DE ARQUITETURAS PARALELAS

Uma importante distinção em sistemas multiprocessadores é a forma com que os processadores são controlados. Segundo ORTEGA [16], os sistemas podem ser classificados em SIMD (*Single Instruction Multiple Data*) ou MIMD (*Multiple Instruction Multiple Data*).

Em um sistema SIMD, todos os processadores estão sobre o controle de um processador principal chamado controlador, e todos os processadores individuais fazem a mesma instrução (ou nada) num certo instante de tempo. Existe uma simples cadeia de instruções operando sobre várias cadeias de dados, uma para cada processador.

Num sistema MIMD, os processadores individuais funcionam sobre o controle de seus próprios programas, pelo qual permite grande flexibilidade nas tarefas que os processadores estão fazendo num mesmo instante de tempo. Isto introduz problemas adicionais de sincronização entre os processadores. Numa máquina SIMD, a sincronização é feita pelo controlador, mas nas MIMD outros mecanismos devem ser acrescentados para assegurar que os processadores estejam fazendo suas tarefas corretamente em correspondência com seus respectivos dados.

A grande maioria dos computadores paralelos são do tipo MIMD.

V.2.2.2 - CLASSIFICAÇÃO DE COMPUTADORES PARALELOS QUANTO A MEMÓRIA

Outra distinção entre os computadores paralelos é quanto à memória. Eles podem ser classificados [16] em computadores com memória local (*local memory*) ou computadores com memória compartilhada (*shared memory*).

Em um sistema com memória compartilhada há uma memória comum a todos os processadores como pode ser visto na Figura (V.2). Em um sistema com memória local cada processador tem a sua própria memória. A vantagem de um sistema com memória compartilhada é que os dados podem ser acessados por mais de um processador por serem comuns a todos eles.

Uma das vantagens dos multiprocessadores com memória compartilhada é a velocidade de comunicação de dados entre os processadores. Um dos problemas que podem surgir é o fato de processadores diferentes quererem acessar a memória comum simultaneamente. Neste caso há um tempo de espera até a memória ficar livre. Esta demora, chamada " tempo de contenção " pode aumentar com o aumento do número de processadores.

Uma alternativa para computadores com memória compartilhada é que cada processador pode alocar uma parte da memória para si de acordo com sua necessidade, passando a funcionar como um multiprocessador com memória local. A comunicação entre processadores é feita por *message passing*, na qual os dados ou informações são transferidos

entre processadores.

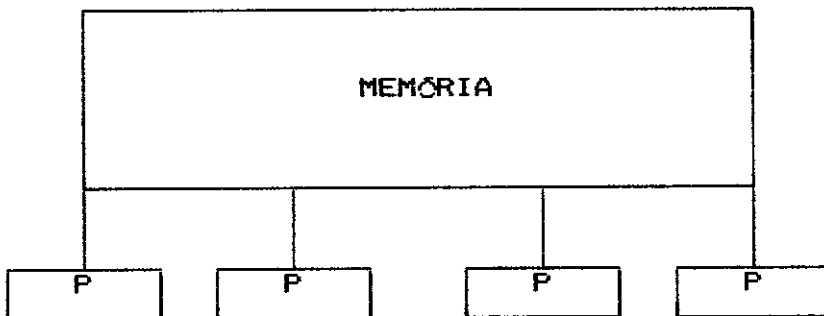


Figura V.2 - Representação de um sistema com memória compartilhada.

V.2.2.3 - ARQUITETURAS DE COMPUTADORES PARALELOS

Provavelmente o mais importante e interessante aspecto de um computador paralelo é como é feita a comunicação entre os processadores. Isto é importante, particularmente para sistemas com memória local, mas também é igualmente importante para sistemas com memória compartilhada porque a conexão entre os processadores pode ser feita por vários esquemas diferentes de comunicação. Serão apresentados a seguir as arquiteturas mais comuns de máquinas paralelas segundo [16].

V.2.2.3.1 - SISTEMA COMPLETAMENTE CONECTADO

Neste sistema cada processador tem conexão direta com qualquer outro processador, como ilustrado na figura (V.3). Um sistema completamente conectado de p processadores requer $p-1$ linhas saindo de cada

processador, o que se torna impraticável a medida que aumenta o valor de p .

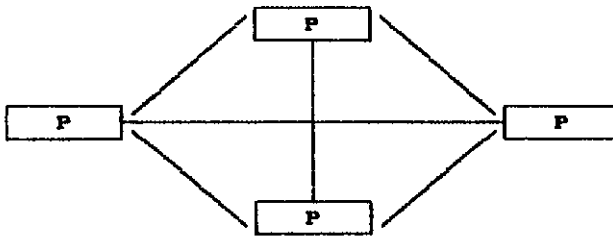


Figura V.3 - Sistema completamente conectado.

V.2.2.3.2 - SISTEMA DE BARRAS CRUZADAS

Outra maneira de se conseguir uma conexão completa é através de barras cruzadas como mostrado na figura (V.4).

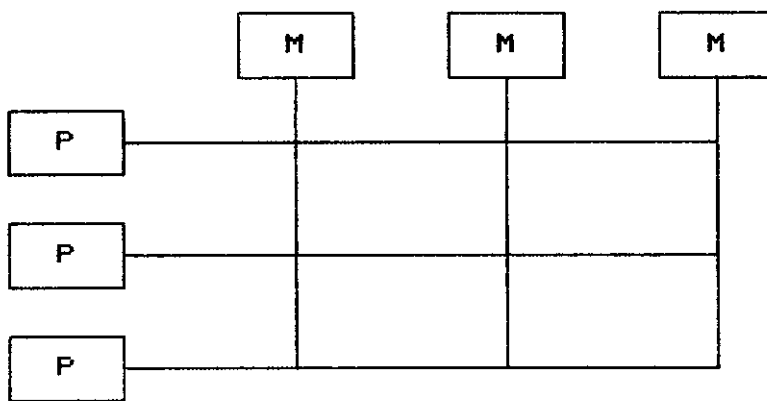


Figura V.4 - Sistema de Barras Cruzadas

Neste sistema cada processador pode ser conectado a cada memória, através de cruzamentos que fazem a conexão. Embora neste tipo de arquitetura exista a vantagem de permitir que cada processador acesse qualquer memória através de um pequeno número de linhas de conexão, ela se torna impraticável para um grande número de processadores,

pois o número de cruzamentos de p processadores com p memórias é p^2 .

V.2.2.3.3 - SISTEMA *BUS* e SISTEMA *RING*

O sistema *BUS* é ilustrado na figura (V.5), e como se pode ver, todos os processadores são conectados por um

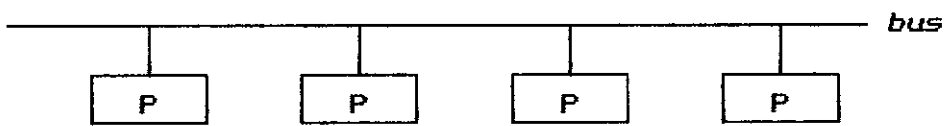


Figura V.5 - Sistema *BUS*

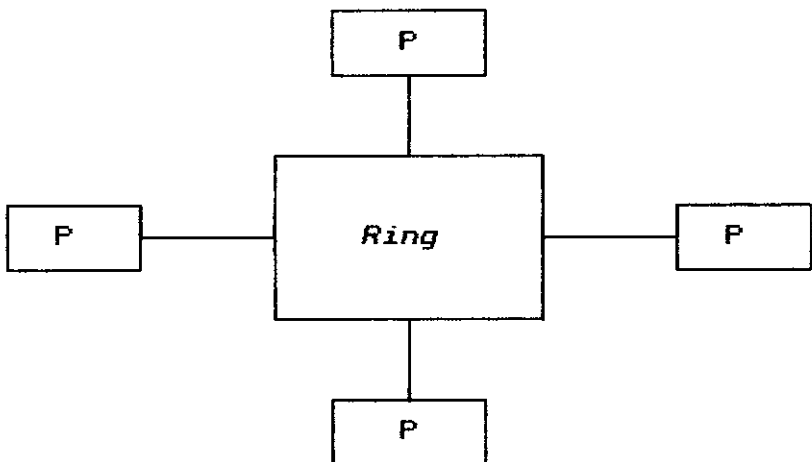


Figura V.6 - Sistema *Ring*

bus de alta velocidade. A vantagem deste sistema consiste no pequeno número de linhas de conexão, mas poderá haver excessiva contenção para o uso do *bus* por processadores diferentes, à medida que aumenta o número de processadores.

O sistema *RING* é um sistema *BUS* fechado, onde o dado se move ao redor do *ring* estando disponível para cada

processador. O sistema *ring* está representado na figura (V.6).

V.2.2.3.4 - SISTEMA CONECTADO EM MALHA

Um dos mais populares esquemas de conexão é ter cada processador conectado a poucos processadores vizinhos. O mais simples exemplo é o arranjo linear representado na figura (V.7), onde cada processador é ligado aos dois vizinhos mais próximos.



Figura V.7 - Sistema conectado em malha - arranjo linear

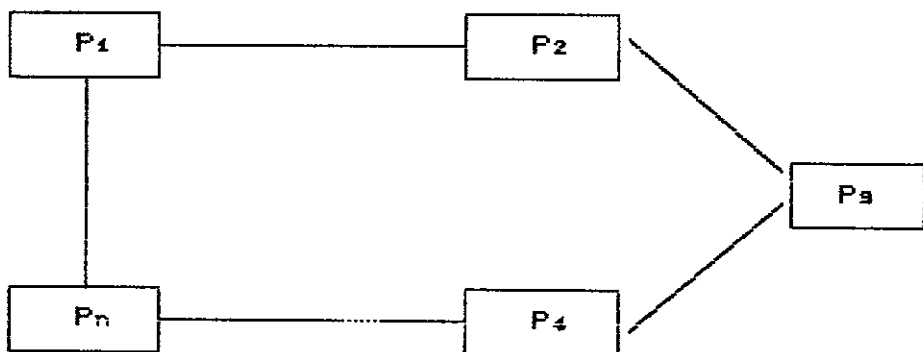


Figura V.8 - Sistema conectado em malha - arranjo do tipo *ring*

A vantagem deste sistema é que de cada processador somente saem duas linhas de conexão. A grande desvantagem, porém, é que a informação pode precisar passar por vários

processadores até chegar ao seu destino final. Este problema é diminuído se for usado um esquema do tipo *ring* para o arranjo linear conforme mostrado na figura (V.8).

Outras conexões em malha têm sido desenvolvidas usando um padrão de conexão bidimensional conforme ilustrado na figura (V.9). Este padrão por sua simplicidade tem as mesmas desvantagens que o arranjo linear. Problemas de comunicação podem ser aliviados usando ligações diagonais entre os processadores.

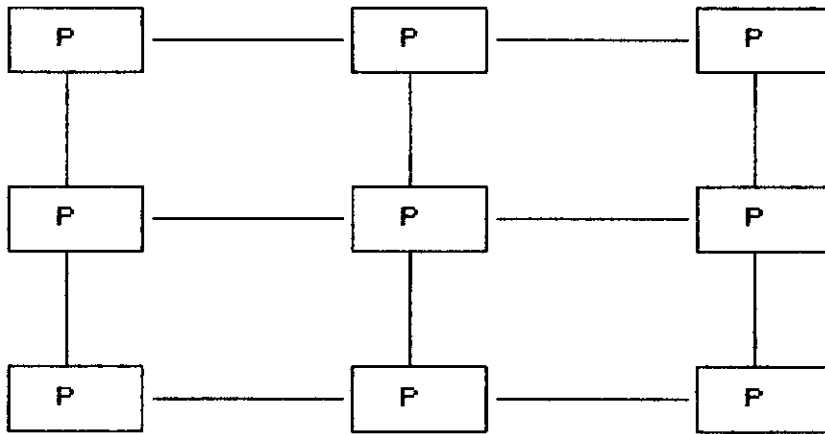


Figura V.9 - Sistema conectado em malha - arranjo bidimensional

V.2.2.3.5 - HIPERCUBO

Uma organização interessante na conexão entre os processadores é considerar estas conexões em maiores dimensões (terceira, quarta, etc...). Considerando a conexão padrão de 8 processadores em terceira dimensão, conforme mostra a figura (V.10), pode-se imaginar que os processadores são vértices de um cubo no espaço e as arestas deste cubo são as ligações entre os processadores.

Cada processador é ligado a seus três vizinhos mais próximos, ou aos três vértices do cubo, mais próximos.

Imaginando uma conexão análoga num espaço k -dimensional os processadores podem ser imaginados como 2^k vértices de um cubo k -dimensional. Cada processador é conectado a k vértices adjacentes. Para $k > 3$ a conexão deve ser organizada de tal forma, a se obter a idéia de um

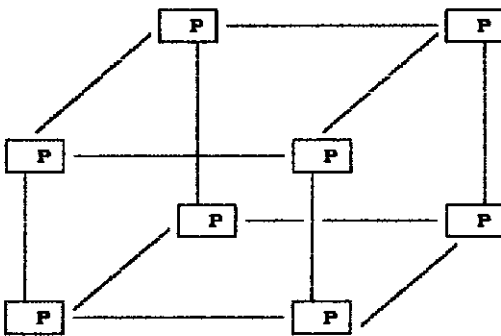


Figura V.10 - Configuração Hipercúbica em 3-D.

cubo k -dimensional, como é mostrado na figura (V.11) para $k = 4$.

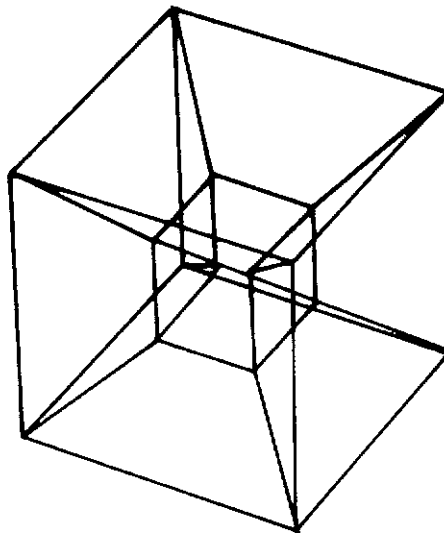


Figura V.11 - Conexão hipercúbica para 4-D.

A vantagem da conexão hipercúbica é a facilidade de comunicação entre os processadores. O comprimento de comunicação, ou seja, o número de processadores pelos quais a informação deve passar na comunicação entre dois processadores, é no máximo \log_2^P . Por exemplo, para 128 processadores um cubo 6-D, cada processador é interligado a 6 processadores e o comprimento máximo de comunicação é 6.

As máquinas hipercúbicas vêm crescendo rapidamente a ponto de existirem diversas máquinas comerciais como por exemplo NCUBE, IPSC, Buterfly, etc...

Todas estas máquinas uiltizam procesadores com memória local.

V.2.2.3.6 - ESQUEMAS HÍBRIDOS

Como visto anteriormente, cada arquitetura possui vantagens e desvantagens. Isto motiva a possibilidade de combinação de duas ou mais arquiteturas tentando-se obter maiores vantagens e minimizando as desvantagens.

Existem vários esquemas híbridos como podem ser vistos em [16].

V.2.3 - COMPUTADORES PARALELOS COM PROCESSADORES VETORIAIS

Um conceito de supercomputação é a união de todos os meios disponíveis para maximizar a performance. dentro deste contexto é que vários sistemas multiprocessadores, tais como a família IBM 3090 e a série CRAY-XMP, estão

utilizando a capacidade dos processadores vetoriais para aumentar o poder de computação.

As máquinas multiprocessadoras com processadores vetoriais são as que provavelmente dominarão o mercado num futuro bem próximo.

Entretanto, não há ainda um consenso da arquitetura ótima destas máquinas. Uma das dificuldades é escolher entre sistemas com memória compartilhada ou sistemas de memória localizada. Nos sistemas com memória compartilhada há uma maior velocidade de acesso aos dados pelos processadores, porém há o problema de não haver sincronização na comunicação entre eles. Neste caso, quando a sincronização torna-se necessária, uma programação mais cuidadosa deve ser empregada para garanti-la. Nos sistemas com memória local não existe o problema de sincronização, mas há o problema do barramento interconector dos processadores ser limitado, por restrições topológicas, e haver uma saturação quando muitos processadores querem utilizá-lo.

Uma tentativa de minimizar estes problemas é apresentada por CLEMENTI, LOGAN e SAARINEN [17], no sistema ICAP/3090 da IBM onde a sincronização é feita através de *message passing* pelo barramento interconector e a comunicação é feita através da memória compartilhada.

Outra distinção entre sistemas multiprocessadores é quanto a seu propósito. As máquinas, na maioria das vezes, são concebidas para um uso geral, e o mapeamento das aplicações desta máquina é feito de maneira experimental. Por outro lado, várias outras máquinas tem

suas arquiteturas projetadas e executadas com o foco voltado para um limitado tipo de aplicações.

No geral a performance de um sistema multiprocessador depende do tipo de aplicação em que ele será utilizado.

V.3 - CONCEITOS BÁSICOS DE PARALELISMO

V.3.1. - GRAU DE PARALELISMO

O grau de paralelismo de um algoritmo numérico é definido como o número de operações deste algoritmo que podem ser feitas em paralelo.

Para entender este conceito, suponha a soma de dois vetores $\underline{a}_{(n)}$ e $\underline{b}_{(n)}$. A soma é dada por

$$a_i + b_i = c_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (V.1)$$

onde as n somas podem ser feitas em paralelo. Neste caso o grau de paralelismo é n .

O grau de paralelismo é independente do número de processadores; é uma medida intrínseca de paralelismo do algoritmo.

Seja, agora, considerar o problema de somar n números a_1, \dots, a_n . O algoritmo serial usual é

$$S = a_1, S = S + a_i, \quad i = 2, \dots, n \quad (V.2)$$

que é impróprio para computação paralela. Entretanto, o problema pode ser tratado em paralelo como é indicado na

figura (V.11), com baixo grau de paralelismo.

Relacionado ao grau de paralelismo está a idéia de granulometria de um algoritmo.

Granulometria alta significa que grandes tarefas podem ser feitas independentemente em paralelo, como por exemplo a resolução simultânea de um sistema de equações lineares com diferentes vetores independentes. Granulometria baixa significa que pequenas tarefas podem ser feitas em paralelo como por exemplo a soma de dois vetores.

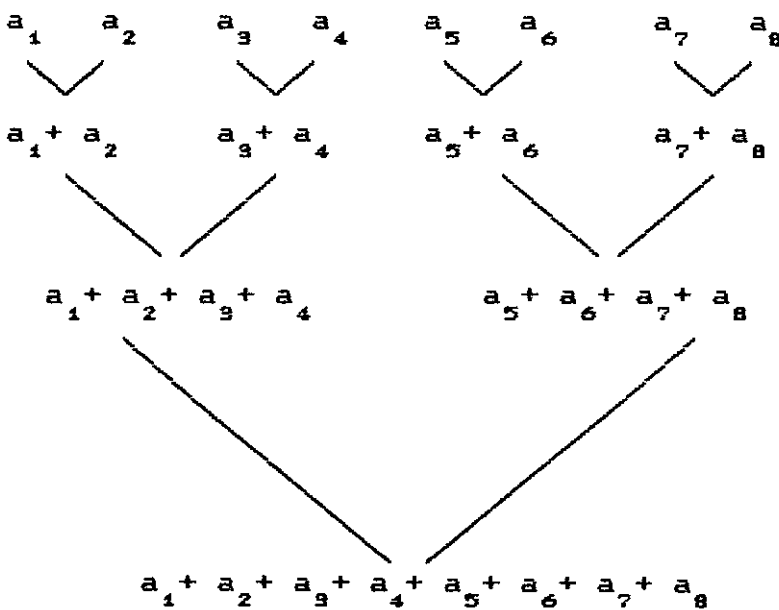


Figura V.11 - Soma de 8 números em paralelo

V.3.2 - SPEEDUP

Speedup, ou ganho computacional, é uma importante medida em computação paralela. Existem várias definições de *speedup*; as aqui apresentadas são sugeridas por [16].

O *speedup* de um algoritmo paralelo é dado por

$$S_p = \frac{t_1}{t_p} \quad (V.3)$$

onde

t_1 - é o tempo de execução em um processador

t_p - é o tempo de execução com p processadores

Um *speedup* perfeito, $S_p = p$, é bastante difícil de ser obtido na prática, mesmo para um problema com alto grau de paralelismo como a soma de dois vetores, devido a vários problemas que serão abordados mais adiante.

A expressão (V.3) é uma medida de comparação do algoritmo com relação a si próprio .

Uma outra importante medida é o *speedup* de um algoritmo paralelo sobre o melhor algoritmo sequencial e é definido por

$$S'_p = \frac{t_{fs}}{t_p} \quad (V.4)$$

onde

t_{fs} - é o tempo de execução em um processador do melhor algoritmo sequencial

t_p - é o tempo de execução do algoritmo paralelo usando p processadores

Relacionado ao conceito de *speedup* está o conceito de eficiência. A eficiência de um algoritmo paralelo com respeito a si mesmo é dado por

$$E_p = \frac{S_p}{p} \quad (V.5)$$

A eficiência de um algoritmo paralelo com respeito ao

melhor algoritmo serial é dado por

$$E_p' = \frac{S_p}{p} \quad (V.6)$$

V.3.2.1 - DEGRADAÇÃO DO SPEEDUP

Uma meta no desenvolvimento de algoritmos paralelos é encontrar o máximo *speedup* possível, idealmente, $S_p = p$. Entretanto, este objetivo é obtido somente para problemas particulares. Os principais fatores que causam degradação do *speedup* são :

a) tempos de comunicação, de contenção e de sincronização.

b) Falta de um perfeito grau de paralelismo do algoritmo e/ou falta de um perfeito balanceamento de cargas.

Num sistema de memória local, quando há necessidade de troca de dados entre os processadores, eles estarão parados durante esta troca e isto implica num acréscimo de tempo no processamento total, chamado tempo de comunicação. Em sistemas de memória compartilhada, vários processadores podem estar necessitando acessar a memória comum, num mesmo instante de tempo, isto constituirá num atraso chamado tempo de contenção.

A sincronização é necessária quando certas partes de um algoritmo devem estar prontas para continuar o processamento. A sincronização contribui em dois aspectos para aumentar o tempo de processamento. O primeiro é o tempo necessário para fazer a sincronização propriamente

dita; usualmente isto requer fazer verificações sobre todos os processadores. O segundo aspecto é que os processadores podem ficar ociosos, esperando por dados de outro processador.

Os atrasos de comunicação, contenção e sincronização são diferentes, mas afetam de forma análoga o tempo de processamento global.

O grau de paralelismo de um algoritmo influi diretamente no *speedup*. Para a maioria dos problemas, há três graus de paralelismo que podem ser chamados de perfeito, parcial e nulo, sendo este último somente executado sobre um processador, enquanto que o perfeito seria aquela que não prejudicaria o *speedup*.

Outro problema que pode afetar a performance do algoritmo é o balanceamento de cargas. Por balanceamento de cargas entende-se o número de operações que cada processador recebe para processar. O ideal seria mapear o problema para que todos os processadores tivessem o mesmo número de operações para executar em determinado estágio do problema. Um problema de balanceamento também aparece a nível do equipamento que está sendo utilizado, por exemplo, no caso que se tenha 16 processos para serem feitos em paralelos e somente 15 processadores.

Dentro deste contexto apresentado, uma expressão formal para o cálculo do *speedup* pode ser introduzida

$$S_p = \frac{t_1}{\left[\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{p} \right] t_1 + t_d} \quad (V.7)$$

onde

α_1 - frações de operações feitas em um único processador

α_2 - frações de operações feitas com grau de paralelismo p

t_1 - tempo de processamento em um processador

t_d - é o tempo de comunicação, contenção e sincronização

Para o caso em que $t_d=0$, $\alpha_1 = \alpha$ e $\alpha_2 = 1 - \alpha$, a expressão (V.7) é conhecida como a lei de Amdahl.

$$S_p = \frac{1}{\left[\alpha + \frac{1 - \alpha}{p} \right]} \quad (V.8)$$

A expressão (V.8) assume que não há " perda de tempo " e o grau de paralelismo pode variar de nulo ($\alpha = 1$) a perfeito ($\alpha = 0$). Supondo que em um dado problema a metade das operações podem ser feitas em paralelo e outra metade não. Então $\alpha = \frac{1}{2}$ e a expressão (V.8) se torna

$$S_p = \frac{2}{\left[1 + p^{-1} \right]}$$

onde pode se notar que o *speedup* máximo que pode ser obtido é menor que 2 ,não importando a quantidade de processadores disponíveis.

V.4 - O SISTEMA ACP

Agora, será descrito o sistema ACP (*Advanced Computer Program*), por ter sido o equipamento utilizado na

realização deste trabalho.

O sistema ACP é um multiprocessador desenvolvido pelo *FERMI NATIONAL LABORATORY* (*FERMILAB, USA*) com a colaboração do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (*CBPF*) para resolver problemas ligados a física de altas energias.

A arquitetura do ACP, segundo *BARROS [18]*, é do tipo árvore onde diversos processadores são conectados a barramentos secundários e estes por sua vez são ligados a um barramento principal, como pode ser visto na figura (*V.12*). Esta arquitetura pode ser considerada uma arquitetura híbrida composta por vários sistemas do tipo *BUS* (ver seção *V.2.2.3.3*).

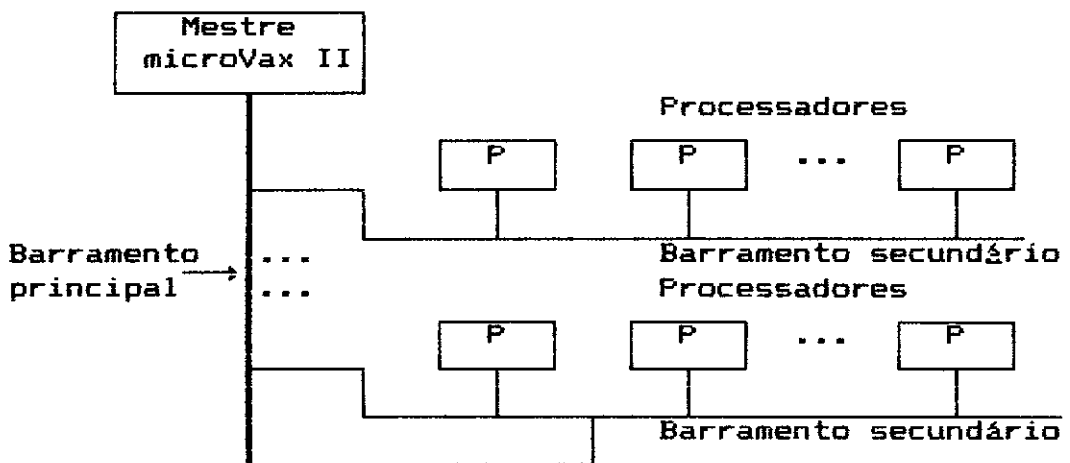


Figura (*V.12*) - Arquitetura do sistema ACP

O sistema ACP pode ser classificado dentro da classe dos multiprocessadores do tipo *MIMD [18]*.

O funcionamento do ACP é do tipo " mestre/escravo " na qual o mestre, que pode ser um *microVax* ou *VAX 11/780*, tem a função de gerenciar todo acesso de entrada e saída dos processadores do sistema, e cabe aos processadores

apenas a tarefa de processar. Os nós (escravos) podem ser constituídos de microprocessadores 32 bits/16 MHz, MC68020 ou ATT32100 e seus respectivos coprocessadores de ponto flutuante.

Este multiprocessador é do tipo memória local. O mestre pode acessar a memória local de todos os processadores e estes por sua vez permitem que sua memória seja acessada pelo mestre e pelos outros processadores do sistema.

Atualmente o sistema ACP é composto por 21 processadores MC68020 com respectivo coprocessador MC68881, com memória local de 2 MBytes real.

O sistema operacional é o LUNI, *LITTLE UNIX*, que é carregado nos nós pelo mestre. O LUNI irá manter os processadores nos seguintes estados:

- a) *READY* - Espera o envio de um evento pelo mestre e passa para b.
- b) *RUNNING* - Processa o evento enviado pelo mestre e passa para c.
- c) *DONE* - Espera a coleta do evento pelo mestre e volta para a.
- d) *DEAD* - Caso aconteça alguma exceção nos estados anteriores

Os estados anteriores são representados na figura (V.13).

Para o desenvolvimento de um programa no ACP cabe ao usuário desenvolver o programa que será executado nos nós, além de desenvolver o programa que contém as rotinas de transmissão, a ser executado pelo mestre, ambos em

linguagem FORTRAN IV. Estas informações serão utilizadas pelo " multicompilador" para gerar os programas executáveis e o ambiente necessário para o processamento.

O sistema ACP foi desenvolvido para problemas do tipo evento orientado, ou seja, problemas que não necessitam comunicação entre os processadores. O sistema é flexível para outros tipos de problemas, como aqueles em que há uma necessidade de comunicação entre os procesadores, embora neste caso sua performance caia bastante, como demonstrado por BARROS [19].

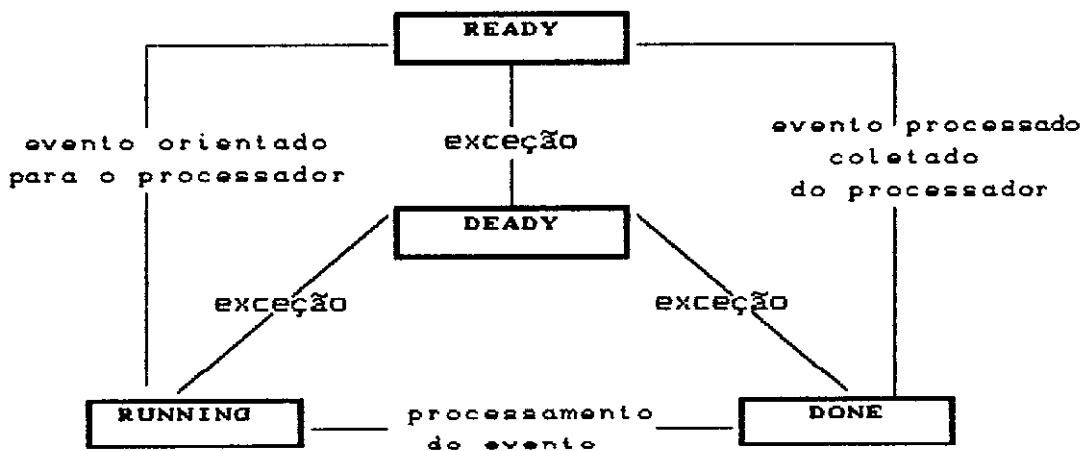


Figura V.13 - Estados assumidos pelos processadores do sistema ACP.

Segundo SCHULZE e VALLOIS [20], atualmente está sendo desenvolvida a segunda geração do sistema ACP que entre outras tantas mudanças, as principais são a eliminação do mestre para gerenciar o sistema, com qualquer processador podendo assumir a posição do mestre, e o desenvolvimento de duas novas unidades de processamento. Uma unidade de processamento será composta por microprocessadores MIPS, com uma performance 10 vezes

superior aos atuais e outra, usando o processador vetorial WEITEK.

CAPÍTULO VI

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

VI.1 - INTRODUÇÃO

Neste trabalho foram implementados dois algoritmos para análise de confiabilidade. O primeiro algoritmo desenvolvido foi o algoritmo de Murotsu com algumas modificações, que devido às suas características intrínsecas foi implementado no sistema ACP. O segundo algoritmo implementado foi o método proposto neste trabalho descrito no capítulo IV. Este algoritmo foi somente implementado no equipamento VAX-8810 do NCE/UFRJ. A sua implementação em paralelo não foi realizada devido ao fato de haver necessidade de comunicação entre processadores e/ou o mestre, e para este casos o sistema ACP perde performance como demonstrado em trabalhos de BARROS [19] e de SIQUEIRA [21].

O que diferencia os algoritmos são os modos de falha selecionados, pois os critérios de falha para o elemento estrutural e os critérios de colapso para a estrutura são os mesmos para ambos os algoritmos.

Os programas que incluem os algoritmos anteriores serão chamados de RELI1 e RELI2, respectivamente.

Estes programas constituem-se de um programa padrão de análise linear estática de estruturas reticuladas, incluindo elementos de treliça plana, treliça espacial, pórtico plano e pórtico espacial, juntamente com rotinas de confiabilidade, que incluem o cálculo da probabilidade

de falha de um elemento estrutural e o próprio algoritmo de seleção dos modos de falha.

VI.2 - ALGORITMO DE MUROTSU MODIFICADO

VI.2.1 - DESCRIÇÃO

Como visto anteriormente, o algoritmo de Murotsu somente seleciona um modo de falha de cada ramo primário da árvore de falhas. O algoritmo modificado consiste em aplicar o algoritmo de Murotsu a partir de ramos posteriores como será descrito a seguir :

a) selecionar os primeiros ramos (primários) da árvore de falhas, de maneira que satisfaçam a expressão (IV.17). Deve ser notado que cada ramo corresponde a falha de um elemento estrutural ou um nó associado a ele.

b) para cada ramo selecionado no item anterior faz-se uma nova seleção de ramos (secundários), de maneira que satisfaçam a expressão (IV.17).

c) Novamente, para cada ramo selecionado no item anterior outra seleção de ramos (terciários) é feita da mesma maneira, ou seja, satisfazendo a expressão (IV.17).

d) Para cada ramo selecionado no item anterior aplica-se então, o algoritmo de Murotsu.

Um exemplo hipotético deste algoritmo é mostrado na

figura (VI.1)

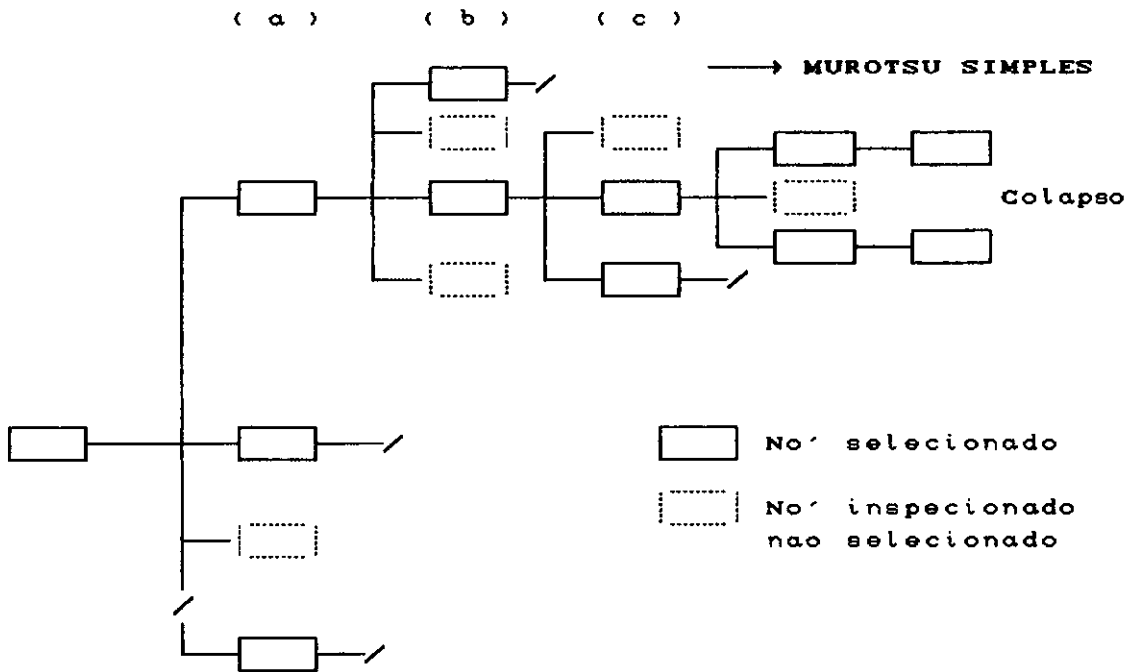


Figura VI.1 - Representação gráfica do algoritmo de Murotsu modificado.

Este algoritmo obtém um grande número de modos de falha, entre importantes e não importantes. Para uma estrutura que num estado de avaria que quatro elementos falidos atinja o colapso, todos os modos de colapso são analisados (usando $\gamma \geq 4$) e assim pode-se ter noção da probabilidade exata de falha, dentro do contexto da formulação adotada. Sendo assim este método pode ser usado para aferir outros algoritmos.

VI.2.2 - IMPLEMENTAÇÃO NO ACP

O algoritmo de Murotsu modificado pode ser considerado como um algoritmo com alto grau de paralelismo, pois cada elemento selecionado como primeiro

a falir (ramo primário) pode ser enviado a um processador e serem obtidos todos os modos de falhas iniciados por este elemento, independentemente dos demais. Trata-se de um evento orientado, pois cada processador recebe o evento, processa, e envia a resposta; não havendo necessidade de trocas de informações entre os processadores. O problema é adequado para implementação em paralelo e em particular ao ACP.

A implementação do algoritmo foi da seguinte forma:

a) No microVax

a_1 - analisar a probabilidade individual de falha de todos os elementos da estrutura e fazer a seleção dos N primeiros ramos da árvore de falhas.

a_2 - enviar aos K processadores disponíveis K ramos iniciais selecionados com a respectiva probabilidade de falha.

b) Nos processadores

b_1 - encontrar todos os modos de falha e a respectiva probabilidade de falha, que começam pelo ramo recebido.

c) No microVax

c_1 - receber os modos de falha obtidos nos

processadores e imprimir os resultados; se
 $K < N$ voltar a fase a_2 .

A descrição anterior está representada na figura
 (VI.2).

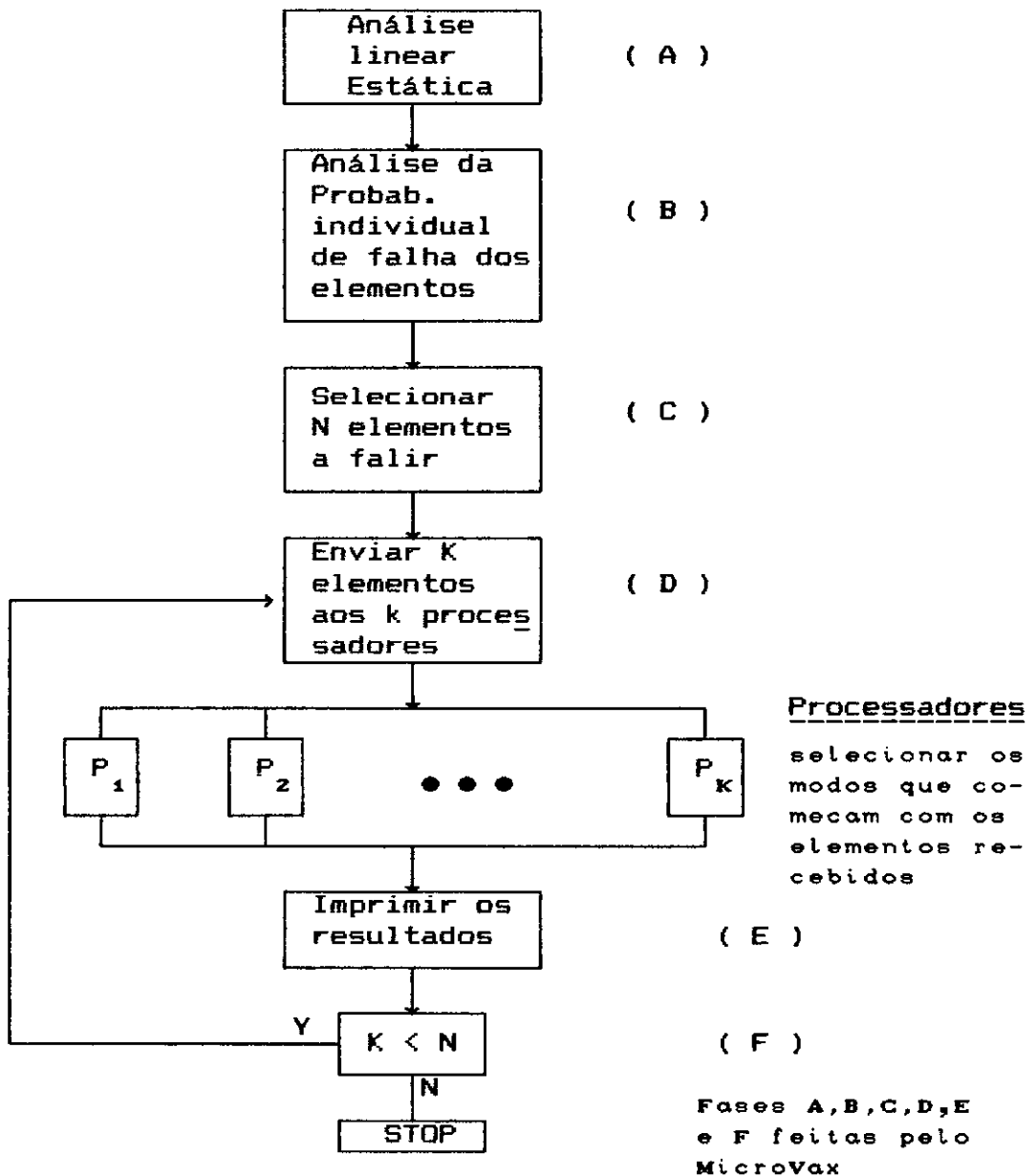


Figura VI.2 - Fluxograma do algoritmo de Murotsu
 modificado com processamento paralelo.

VI.3 - CRITÉRIOS DE FALHA PARA O ELEMENTO ESTRUTURAL

Foram implementados dois critérios de colapso para os elementos estruturais nos programas RELI1 e RELI2. O primeiro critério é o " critério de treliça " que leva em consideração somente o esforço normal no elemento estrutural, e o segundo critério é o " critério plástico " que leva em consideração a plastificação dos nós do elemento estrutural relacionando esforços axiais e momentos fletores. Cada critério de falha é representado por uma função de falha $Z = G (\underline{U})$ (que será definida a seguir) e a probabilidade de falha foi analisada através do algoritmo iterativo [11] apresentado no capítulo III.

VI.3.1 - CRITÉRIO DE TRELIÇA

Para um elemento estrutural (barra) submetido a um esforço normal N , com uma seção transversal A e tensão de escoamento σ_e , a função de falha $Z = G (\underline{U})$ pode ser escrita da seguinte forma

$$Z = \sigma_e A - N \quad (VI.4)$$

onde o vetor das variáveis básicas pode ser escrito como

$$\underline{U} = (\sigma_e, A, N) \quad (VI.5)$$

Neste critério quando um elemento é selecionado a falir, ele é retirado de serviço, ou seja, é retirada a

contribuição da matriz de rigidez deste elemento da matriz de rigidez global da estrutura. O elemento é representado pela força axial equivalente conforme apresentado no capítulo IV. Com as cargas residuais a função de falha passa a ser

$$Z = \sigma_e A - (N + R) \quad (VI.6)$$

onde R representa o esforço normal no elemento devido a carga residual equivalente, e o vetor das variáveis básicas passa a ser

$$\underline{U} = (\sigma_e, A, N, R) \quad (VI.7)$$

VI.3.2 - CRITÉRIO PLÁSTICO

A função de falha $Z = G (\underline{U})$ para o estado limite de plastificação dos nós pode ser escrita da seguinte forma

$$Z = 1 - \frac{N}{N_p} - \frac{M_y}{M_{yp}} - \frac{M_z}{M_{zp}} \quad (VI.8)$$

onde N = esforço axial (valor absoluto).

N_p = resistência axial plástica. $N_p = \sigma_e A$

M_y e M_z = momentos fletores em relação aos eixos principais da seção, y e z, respectivamente (valores absolutos).

M_{yp} e M_{zp} = momentos fletores de plastificação em relação aos eixos principais da seção, y e z, respectivamente.

$$p_{11} = \frac{E_v A_x}{L}$$

$$p_{17} = - \frac{E_v A_x}{L}$$

$$p_{22} = \frac{12EI_z}{L^3} C_1$$

$$p_{26} = \frac{6EI_z}{L^2} C_2$$

$$p_{28} = - \frac{12EI_z}{L^3} C_1$$

$$p_{212} = \frac{6EI_z}{L^2} C_3$$

$$p_{33} = \frac{12EI_y}{L^3} C_1$$

$$p_{35} = - \frac{6EI_y}{L^2} C_2$$

$$p_{39} = - \frac{12EI_y}{L^3} C_1$$

$$p_{311} = - \frac{6EI_y}{L^2} C_3$$

$$p_{44} = \frac{GI_x}{L}$$

$$p_{410} = - \frac{GI_x}{L}$$

$$p_{55} = \frac{4EI_y}{L} C_4$$

$$p_{59} = \frac{6EI_y}{L^2} C_2 \quad (VI.11)$$

$$p_{511} = \frac{2EI_y}{L} C_6$$

$$p_{66} = \frac{4EI_z}{L} C_4$$

$$p_{68} = - \frac{6EI_z}{L^2} C_2$$

$$p_{612} = \frac{2EI_z}{L} C_6$$

$$p_{77} = \frac{E_v A_x}{L}$$

$$p_{88} = \frac{12EI_z}{L^3} C_1$$

$$p_{812} = - \frac{6EI_z}{L^2} C_3$$

$$p_{99} = \frac{12EI_y}{L^3} C_1$$

$$p_{911} = \frac{6EI_y}{L^2} C_3$$

$$p_{1010} = \frac{GI_x}{L}$$

$$p_{1111} = \frac{4EI_y}{L} C_5$$

$$p_{1212} = \frac{4EI_z}{L} C_5$$

onde

A_x = área da seção transversal

L = comprimento do elemento

I_x = constante de torção igual $I_y + I_z$

I_z e I_y = momentos de inércia da seção transversal em relação aos eixos principais z e y .

E_v = módulo de elasticidade longitudinal variável

E = módulo de elasticidade longitudinal

G = módulo de elasticidade transversal

O módulo de elasticidade variável é considerado como igual ao modo de elasticidade longitudinal antes da falha e nulo após a falha.

Os parâmetros C_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) são definidos por

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{f_1}{f_7} & C_2 &= \frac{f_2}{f_7} & C_3 &= \frac{f_3}{f_7} \\ C_4 &= \frac{f_4}{f_7} & C_5 &= \frac{f_5}{f_7} & C_6 &= \frac{f_6}{f_7} \end{aligned} \quad (VI.12)$$

sendo

$$\begin{aligned} f_1 &= 2 (8 - 7\alpha - 7\beta + 6\alpha\beta) \\ f_2 &= 2 (8 - 8\alpha - 6\beta + 6\alpha\beta) \\ f_3 &= 2 (8 - 6\alpha - 8\beta + 6\alpha\beta) \\ f_4 &= 2 (8 - 8\alpha - 5\beta + 5\alpha\beta) \\ f_5 &= 2 (8 - 5\alpha - 8\beta + 5\alpha\beta) \\ f_6 &= 16 (1 - \alpha - \beta + \alpha\beta) \\ f_7 &= 16 - 8\alpha - 8\beta + 3\alpha\beta \end{aligned} \quad (VI.13)$$

Os parâmetros α e β indicam o estado de plastificação do nó inicial e final do elemento, respectivamente, e assumem valores de 1 para o nó considerado falido e 0 caso contrário. Os esforços residuais N_R , M_{yR} e M_{zR} , dos nós falidos são obtidos da seguinte forma

$$\begin{aligned}
 N_R &= \gamma N_1 \\
 M_{yR} &= \gamma M_{y1} \\
 M_{zR} &= \gamma M_{z1}
 \end{aligned}
 \quad (VI.14)$$

onde N_1 , M_{y1} e M_{z1} são respectivamente, o esforço normal e os momentos fletores atuantes na seção e o parâmetro γ é obtido pela seguinte expressão

$$\gamma = \frac{1}{\left[\frac{N}{N_p} + \frac{M_y}{M_{yp}} + \frac{M_z}{M_{zp}} \right]}
 \quad (VI.15)$$

onde as variáveis desta expressão são as mesmas da expressão (VI.8).

A função de falha Z , que inclui as cargas residuais equivalentes, é escrita da seguinte forma

$$Z = 1 - \frac{|N_1 + N_R|}{N_p} - \frac{|M_{y1} + M_{yR}|}{M_{yp}} - \frac{|M_{z1} + M_{zR}|}{M_{zp}}
 \quad (VI.16)$$

e o vetor das variáveis básicas é escrito como

$$\tilde{U} = (N_1, M_{y1}, M_{z1}, A, W_y, W_z, \sigma_e, N_R, M_{yR}, M_{zR})
 \quad (VI.17)$$

Para este critério o modo de falha é uma sequência de nós plastificados que levem a estrutura ao colapso.

Nos programas RELI1 e RELI2 há uma liberdade de escolha para o critério de falha dos elementos para estruturas aporticadas. Esta escolha pode ser o critério

de treliça ou o critério plástico.

Neste trabalho todas as variáveis básicas são consideradas como sendo normalmente distribuídas e não correlacionadas.

IV.4 - CRITÉRIO DE FALHA DO SISTEMA ESTRUTURAL

Nos programas RELI1 e RELI2 foram implementados três critérios de colapso para o sistema estrutural que podem ser escolhidos pelo usuário. Estes critérios são matriz de rigidez singular, excesso de elementos falidos e deslocamento máximo atingido.

Pelo primeiro critério o colapso é obtido quando a matriz de rigidez \tilde{K} da estrutura após várias falhas de elementos torna-se singular ou seja

$$| \tilde{K} | = 0 \quad (VI.18)$$

onde $| \langle \rangle |$ denota o determinante da matriz $\langle \rangle$.

Na prática este critério é praticamente impossível de ser usado para estruturas grandes devido ao alto esforço computacional necessário para realizar as várias resoluções do sistema de equações durante a análise.

No segundo critério o colapso é atingido quando o número acumulado de elementos avariados atinge um determinado limite. Este critério pode ser adotado em casos de fadiga [6].

O último critério prevê que o colapso é atingido quando um deslocamento Δ_p em um ponto escolhido,

ultrapasse um deslocamento máximo permitido Δ_{\max} , ou melhor

$$\Delta_p \geq \Delta_{\max} \quad (VI.19)$$

Através deste critério procura-se determinar a perda de servicibilidade da estrutura, embora não haja o colapso total da mesma.

Estes dois últimos critérios são mais usados principalmente em estruturas com alto grau de hiperestaticidade, pois para este caso o primeiro torna-se inviável de ser aplicado.

Os programas RELI1 e RELI2 permitem que certos elementos sejam considerados como elementos que nunca irão falir, ou seja, eles são excluídos da análise de confiabilidade. Isto é aplicado a certos elementos de plataformas marítimas como pode ser visto com maiores detalhes em [2].

VI.5 - RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

Seja um estado avariado, representado pela sequência de falha S_1 onde

$$S_1 = (e_1, e_2, \dots, e_N) \quad (VI.20)$$

Para verificar se este estado representa um estado de colapso ou não uma análise deve ser feita, ou seja, os N elementos devem ser retirados de serviço e verifica-se se

o critério de colapso da estrutura foi atingido. Isto significa dizer que os N elementos devem ter suas contribuições retiradas da matriz de rigidez global da estrutura, e um novo sistema de equações deve ser resolvido.

A avaliação da confiabilidade de uma estrutura constitui-se de várias análises de um sistema de equações lineares em que a matriz dos coeficientes vai sofrendo pequenas mudanças ao longo da análise.

Sabendo-se que a resolução do sistema de equações consome um grande esforço computacional, essas pequenas mudanças podem ser vantajosas evitando uma nova fatoração completa da matriz de rigidez.

Nos programas RELI1 e RELI2 a matriz de rigidez é armazenada em coluna (*Skyline*) e o método de resolução do sistema de equações implementado é o algoritmo de Cholesky por coluna.

A triangularização de uma matriz real e simétrica $A (n \times n)$ pode ser descrita pelas seguintes expressões

$$\hat{a}_{ij} = \left[a_{ij} - \sum_{k=k_0}^{i-1} \hat{a}_{ki} \hat{a}_{kj} \right] / \hat{a}_{ii} \quad (VI.21)$$

$j = 1, \dots, n \quad i = L_j, \dots, j-1$

$$\hat{a}_{jj} = \left[a_{jj} - \sum_{k=L_j}^{j-1} \hat{a}_{kj}^2 \right]^{1/2} \quad (VI.22)$$

$j = 1, \dots, n$

onde L_j é a linha do primeiro elemento não nulo da coluna j e $K_0 = \max (L_i, L_j)$.

Segundo ROW, POWELL e MONDKAR [23] o algoritmo de Cholesky para duas matrizes \underline{A} e \underline{B} , idênticas até uma linha p , pode ser escrito pelas seguintes expressões

$$\hat{b}_{ij} = \hat{a}_{ij} \quad i=1, \dots, p-1; \quad j=1, \dots, n \quad (\text{VI.23})$$

$$\hat{b}_{ij} = \left[b_{ij} - \sum_{k=k_0}^{i-1} \hat{b}_{ki} \hat{b}_{kj} \right] / \hat{b}_{ii} \quad (\text{VI.24})$$

$j = p, \dots, n \quad i = \max(p, L_j) \dots, j-1$

e

$$\hat{b}_{jj} = \left[b_{jj} - \sum_{k=L_j}^{j-1} \hat{b}_{kj}^2 \right]^{1/2} \quad (\text{VI.25})$$

$j = p, \dots, n$

Além disso, existem outros elementos que não precisam ser modificados como pode ser visto na figura (VI.3).

Os elementos que requerem modificações na triangularização são os seguintes:

- (a) elementos na diagonal que sofram mudanças e todos os elementos na sombra horizontal.
- (b) elementos na diagonal na sombra vertical de elementos afetados por (a).
- (c) elementos na sombra horizontal dos elementos na diagonal afetados por (b).

Este método foi implementado nos programas RELI1 e RELI2 considerando sempre a matriz de rigidez que representa o estado avariado como modificada em relação à

matriz global da estrutura íntegra.

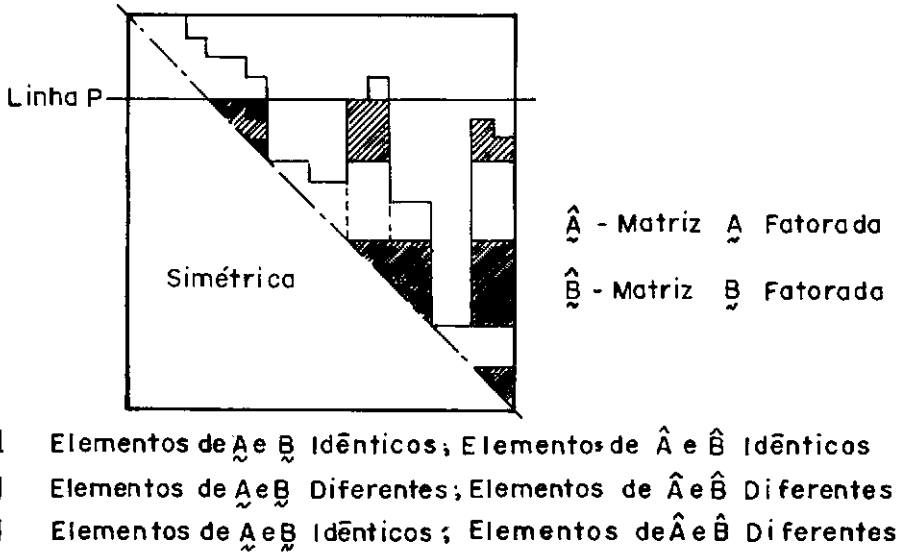


Figura (VI.3) - Representação gráfica dos elementos modificados.

CAPÍTULO VII

APLICAÇÕES

VII.1 INTRODUÇÃO

A seguir serão apresentados exemplos analisados pelos programas RELI1 e RELI2 englobando os principais aspectos apresentados nos capítulos anteriores.

Os resultados fornecidos pelo programa RELI1 são considerados superiores aos obtidos pelo programa RELI2 no sentido de produzir uma melhor aproximação na probabilidade de falha da estrutura, devido à contribuição de um maior número de modos de colapso.

As vantagens do uso da computação paralela também serão apresentadas, através dos resultados de performance obtidos nos exemplos analisados.

A probabilidade de falha da estrutura será indicada através do índice de segurança equivalente β_s .

VII.2 - TRELIÇA PLANA

O primeiro exemplo analisado é a treliça plana com 8 nós e 16 elementos representada na figura (VII.1). As dimensões dos elementos estruturais são indicadas na tabela (VII.1) e são consideradas determinísticas. O carregamento foi considerado uma variável aleatória com distribuição normal de probabilidades cujo valor médio está representado na figura (VII.1) e coeficiente de

variação $C_{VL} = 0.10$.

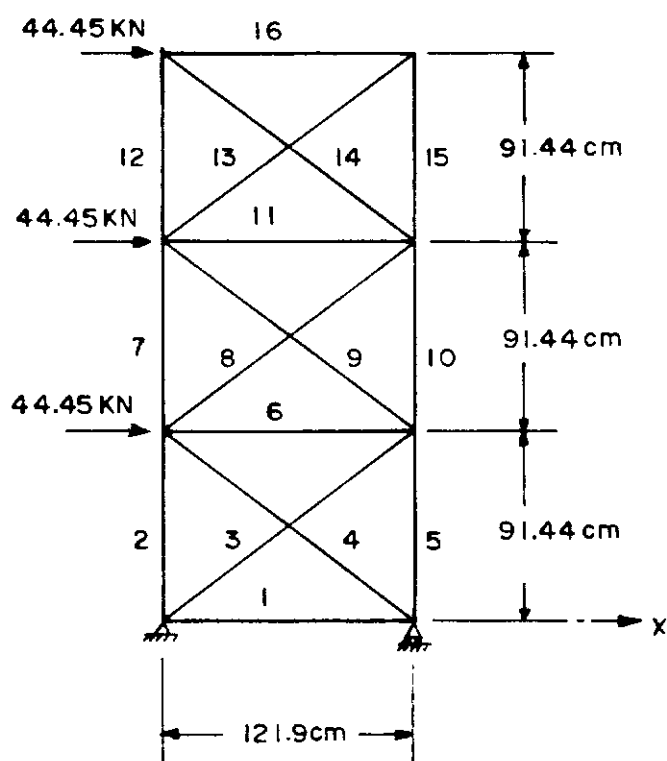


Figura VII.1 - Treliça plana de 8 nós e 16 elementos

Elemento	Área (cm^2)	Raio (cm)	Espessura (mm)
1	3.35	2.43	2.3
2, 5	8.64	4.45	3.2
3, 4, 14	5.76	3.03	3.2
6	2.29	1.70	2.3
7, 8, 10	4.03	2.43	2.8
9	7.35	3.82	3.2
11,12,15	1.58	1.36	2.0
13, 16	2.29	2.14	2.3

Tabela VII.1 - características geométricas dos elementos da treliça plana

Os elementos são constituídos de um só material com módulo de elasticidade $E = 2.06 \times 10^3 \text{ KN/cm}^2$. A tensão de escoamento é considerada aleatória normalmente distribuída com resistência média $\sigma_e^+ = \sigma_e^- = 27.60 \text{ KN/cm}^2$ e coeficiente de variação $C_{VR} = 0.15$.

Para esta estrutura foram feitas três análises de confiabilidade usando os programas RELI1 e RELI2. A primeira, considerando o material perfeitamente plástico ($\eta^+ = \eta^- = 1$) onde na tabela (VII.2) são apresentados os resultados correspondentes aos principais modos de falha selecionados pelo algoritmo proposto. Estes resultados são comparados, na figura (VII.2), com o obtido pelo cálculo de grande parte da árvore de falhas (119 modos) que forneceram um valor de $\beta = 3.468$.

Numero de Modos	β_s^*
10	3.577
15	3.521
20	3.493
25	3.475
30	3.474
35	3.474

$$\beta_s^{**} = 3.468$$

(119 modos)

Prob = .27E-3

* - resultados usando RELI2

** - resultados usando RELI1 ($\gamma = 2$)

Tabela VII.2 - Resultados obtidos usando os programas RELI1 e RELI2 para $\eta = 1$.

A segunda análise foi realizada considerando o material da estrutura *semi-brittle* ($\eta^+ = \eta^- = 0.5$). Na tabela (VII.3) são apresentados os resultados

correspondentes aos principais modos de falha selecionados pelo algoritmo proposto. Estes resultados são comparados, na figura (VII.3), com o obtido pelo cálculo de grande parte da árvore de falhas (137 modos), que forneceram um valor de $\beta = 1.692$

Numero de Modos	β_s^*
10	1.840
15	1.808
20	1.791
25	1.780
30	1.772
35	1.766

$$\beta_s^{**} = 1.692$$

(137 modos)

Prob= .455E-3

* - resultados usando RELI2

** - resultados usando RELI1 ($\gamma = 2$)

Tabela VII.3 - Resultados obtidos usando os programas RELI1 e RELI2 para $\eta = 0.5$.

A terceira e última análise foi feita considerando o material frágil ($\eta^+ = \eta^- = 0.$), onde na tabela (VII.4) são apresentados os resultados correspondentes aos principais modos de falha selecionados pelo algoritmo proposto. Estes resultados são comparados, na figura (VII.4), com o obtido pelo cálculo de grande parte da árvore de falhas (240 modos) que forneceram um valor de $\beta = -0.497$.

O comportamento do índice de segurança da estrutura β_s para os três casos analisados estão representados na figura (VII.5).

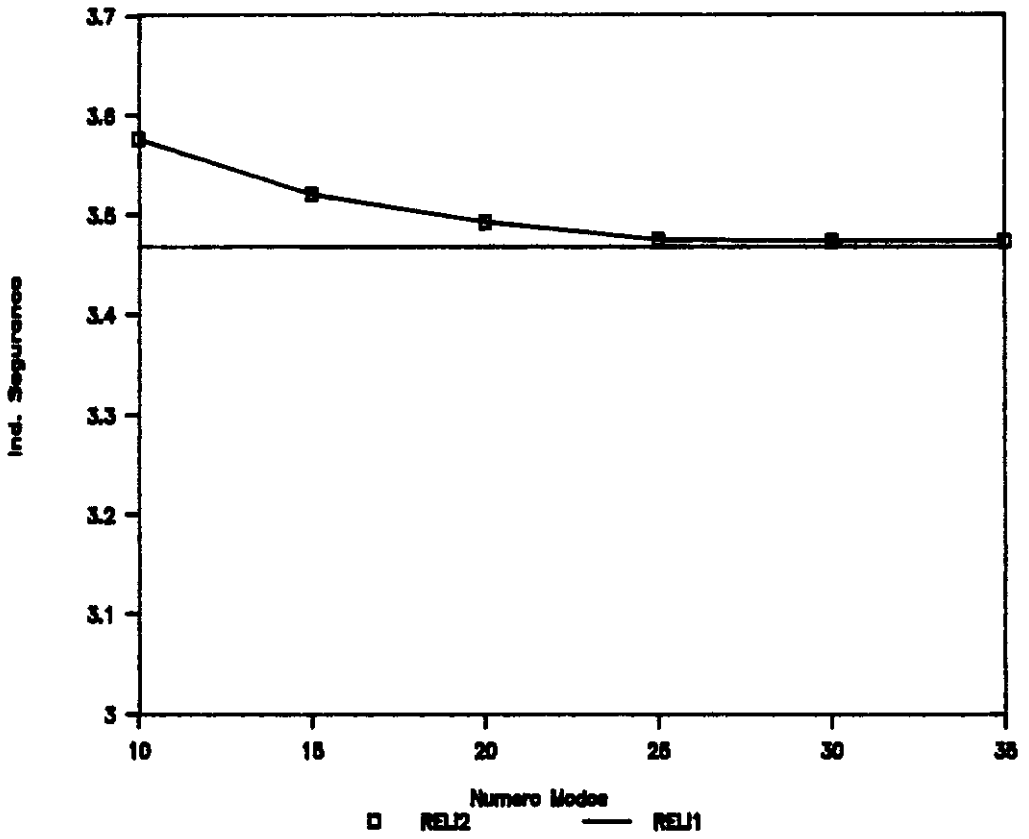


Figura II.2 - Gráfico representativo do resultados apresentados na tabela (VII.2).

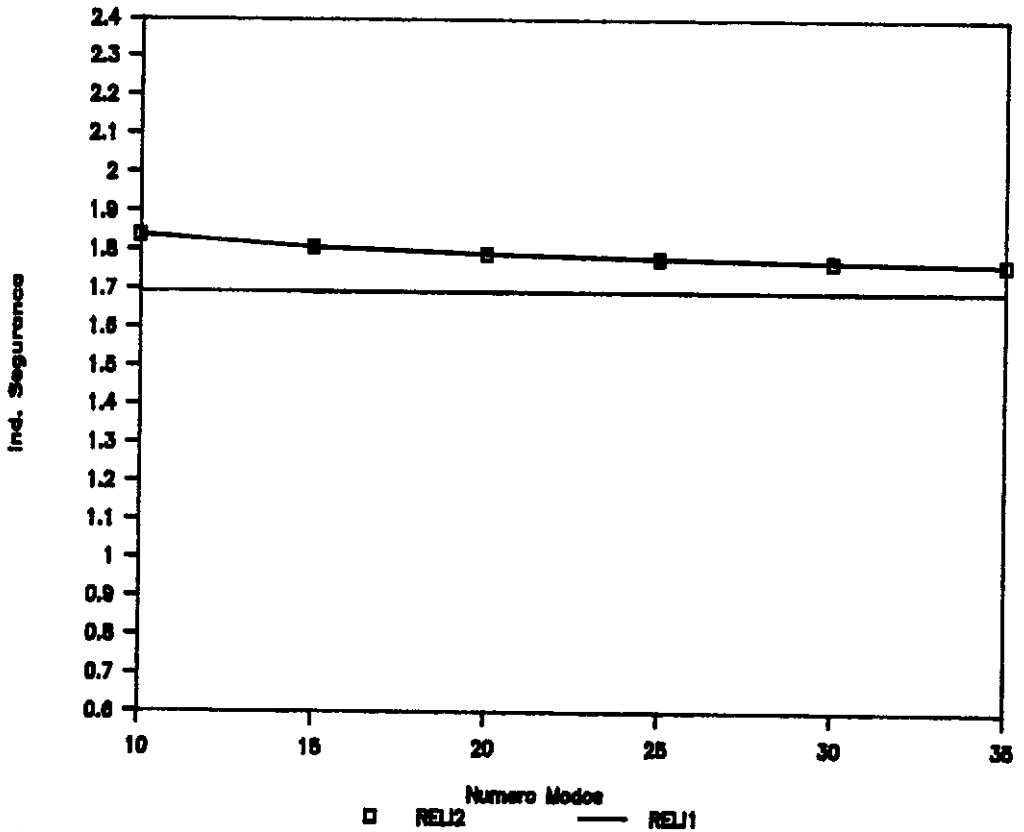


Figura II.3 - Gráfico representativo do resultados apresentados na tabela (VII.3).

Numero de Modos	β_s^*
10	0.451
15	0.138
20	-0.106
25	-0.299
30	-0.438
35	-0.530

$\beta_s^{**} = -0.497$
(240 modos)
Prob= 0.70

* - resultados usando RELI2

** - resultados usando RELI1 ($\gamma = 2$)

Tabela VII.4 - Resultados obtidos usando os programas RELI1 e RELI2 para $\eta = 0.0$

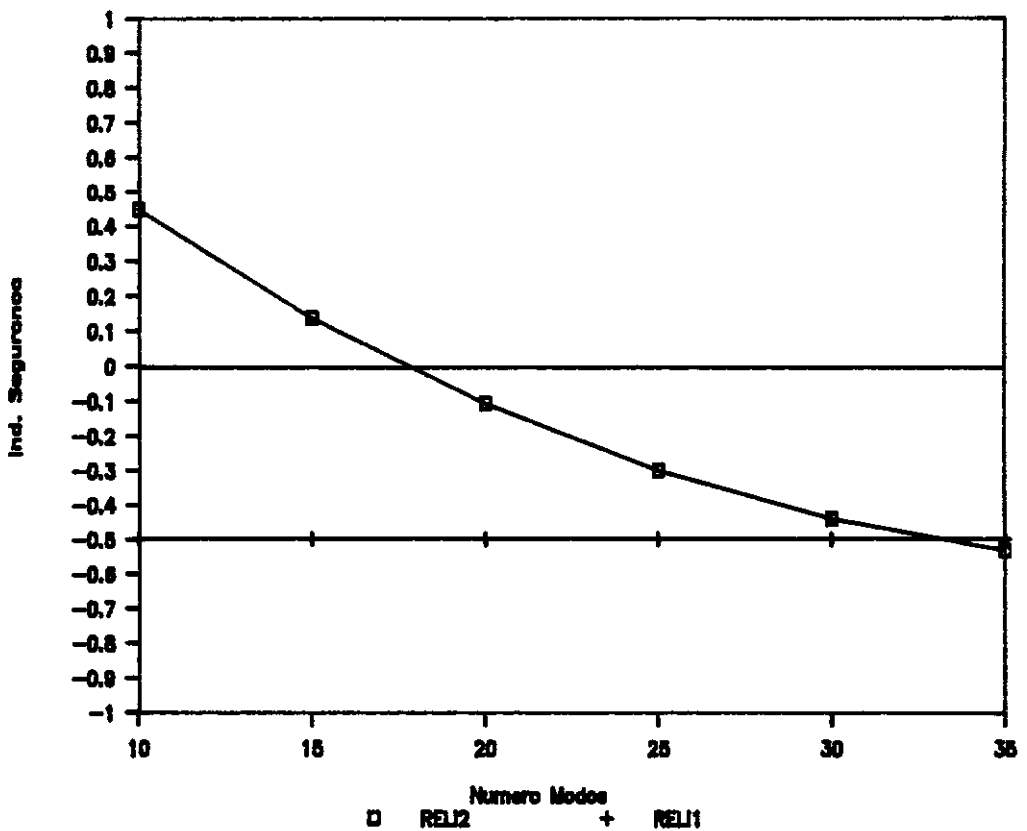


Figura II.4 - Gráfico representativo dos resultados apresentados na tabela (VII.4).

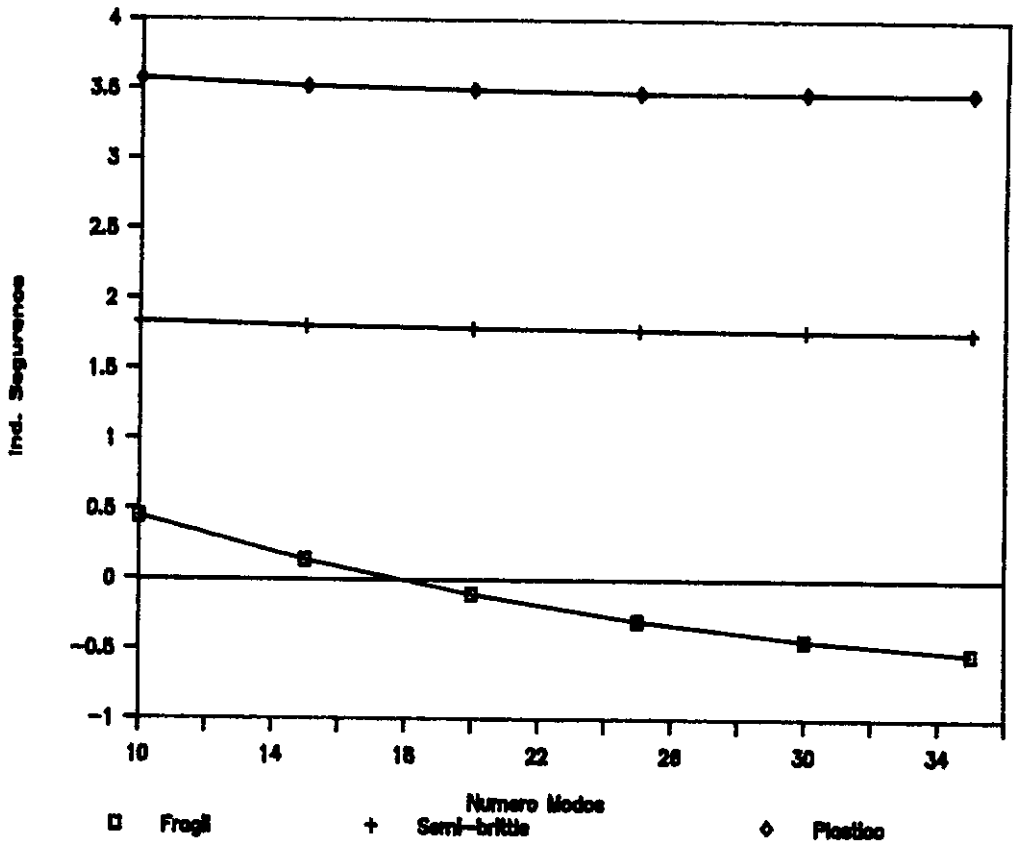


Figura VII.5 - Comportamento do índice de segurança β_s com o tipo de material.

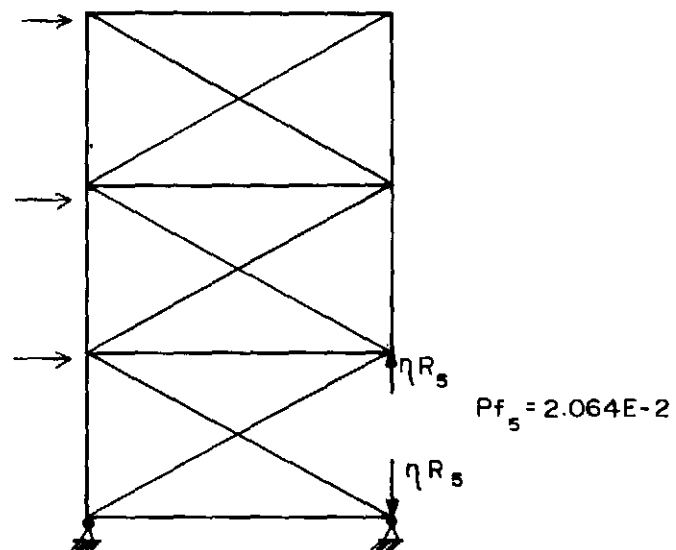
Os dez modos principais de falha da estrutura para o material plástico ($\eta = 1$) e frágil ($\eta = 0$) são representados na tabela (IV.6). A representação gráfica do modo de falha mais provável para o material plástico está na figura (IV.7)

É interessante notar a diferença de comportamento da confiabilidade da estrutura para os diferentes tipos de materiais. Exceto para o material frágil ($\eta = 0$), a resistência residual do membro falido (ηR_i) pode ser encarada como um " acréscimo " na resistência dos outros membros; ou como um " decréscimo " do carregamento externo. No caso do material frágil o elemento simplesmente sai de serviço e compromete a estrutura. Como pôde ser

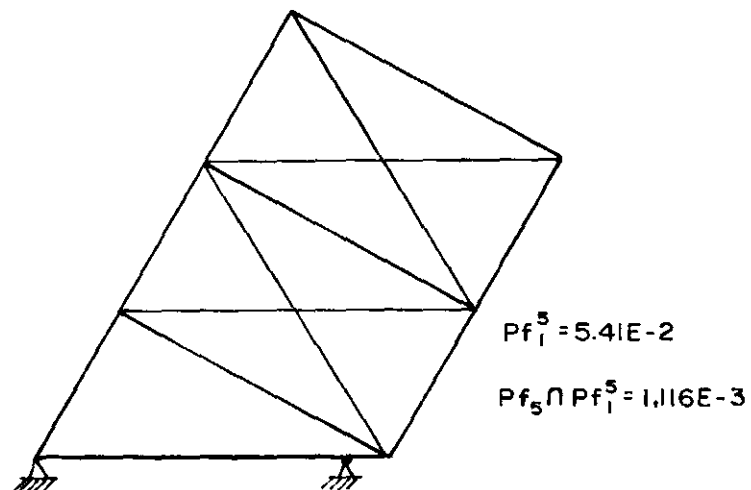
Modo	Seqüência ($\eta = 1$)	β	Seqüência ($\eta = 0$)	β
1	5 - 1	3.693	7-11-13	1.760
2	1 - 5	3.983	7-11-12	1.761
3	5 - 2	4.037	7-11-15	1.763
4	5 - 4	4.096	7-8	1.764
5	7 - 10	4.109	7-11-8	1.765
6	3 - 2	4.293	7-6-1	1.767
7	2 - 5	4.324	7-11-6-1	1.767
8	7 - 8	4.338	7-6-11-1	1.767
9	3 - 1	4.370	7-11-6-13	1.767
10	2 - 3	4.379	7-6-11-13	1.767

Tabela VII.6 - Os dez modos mais prováveis de falha para $\eta = 1$ e $\eta = 0$.

notado para o material frágil não há uma convergência, pelos resultados do programa RELI2, para um valor estacionário da confiabilidade da estrutura. Isto se deve ao fato de que, a partir do primeiro membro falido, os demais se sobrecarregam e ficam com uma probabilidade de falhar muito alta (≈ 1.0). Cada elemento acrescido a uma seqüência de falha praticamente não muda a probabilidade da seqüência, como pode ser notado nas seqüências de falha para o elemento frágil onde aquelas iniciadas pelo elemento 7 predominam. Neste caso o elemento 7 é o elemento da estrutura íntegra com maior probabilidade de falha. Cada modo de falha adicionado na análise terá uma probabilidade de falha próxima a do elemento iniciador da



(a) Barra (5) Falida



(b) Barras(5)e(1) Falidas (Colapso)

Figura VII.6- Representação Gráfica do Modo de Falha (5,1)

seqüência e desta forma contribuirá de maneira signifivativa na probabilidade de falha global da estrutura.

Para o material não frágil, isto não acontece porque os modos de falha são formados principalmente por elementos menos afetados pela resitência residual dos membros falidos.

Com este exemplo não se conseguiu nenhuma vantagem na utilização do ACP por se tratar de um problema pequeno. O tempo de execução das rotinas de ligação entre o ACP e o microVax consumiam mais tempo que a execução do problema em si.

VII.3 - PÓRTICO ESPACIAL

O segundo exemplo analisado foi um pórtico espacial com 8 nós 8 elementos representado na figura (VII.7). As dimensões da estrutura são consideradas variáveis aleatórias com valores médios representados na figura (VII.7) e coeficiente de variação $C_{vg} = 0.05$. O carregamento e a tensão de escoamento são também consideradas variáveis aleatórias. O valor médio do carregamento está representado na figura (VII.7) e o coeficiente de variação é igual a $C_{vc} = 0.20$. A tensão de escoamento média é igual $\sigma_o^- = \sigma_o^+ = 24 \text{ KN/cm}^2$ e coeficiente de variação $C_{vr} = 0.10$. O material foi considerado como sendo plástico ($\eta^+ = \eta^- = 1.0$) com módulo de elasticidade longitudinal $E = 21000 \text{ KN/cm}^2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$.

As variáveis aleatórias são consideradas normalmente distribuídas. Cabe-se notar que o carregamento residual equivalente tem as mesmas características de variável aleatória que a tensão de escoamento do material.

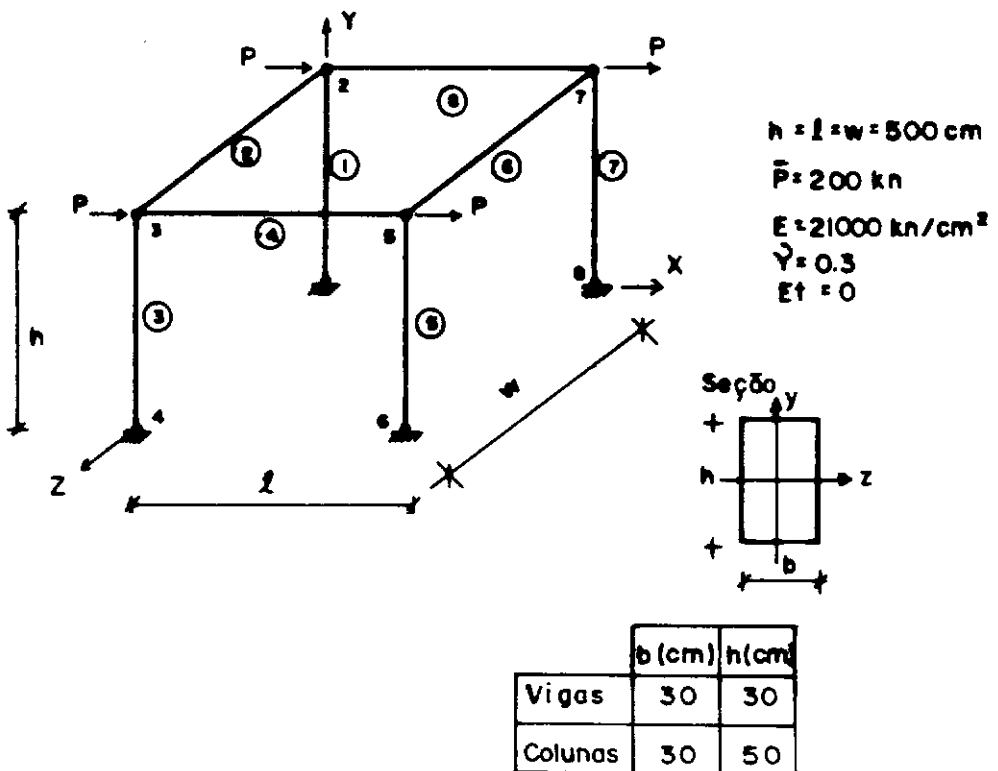


Figura VII.7 - Pórtico Espacial com 8 nós e 8 elementos.

Este exemplo foi analisado somente no ACP utilizando o critério plástico de falha para os elementos estruturais e a singularidade da matriz de rigidez como critério de falha da estrutura. Pelas características da estrutura e do seu carregamento os nós selecionados como primeiros a falir (nó inferior e nó superior das colunas, usando $\gamma = 2$) produzem a mesma quantidade de modos de falha. Isto

significa dizer que a " carga " que os processadores irão receber é balanceada, o que faz prever uma boa performance na implementação em paralelo. Os dados de performance obtidos são apresentados na tabela (VII.6) e na figura (VII.8).

Proc.	t_1 (s)	Sp_1	E_1 (%)	t_2 (s)	Sp_2	E_2 (%)
1	823.62	1.00	100.00	808.94	1.00	100.00
2	426.27	1.93	96.50	408.51	1.98	99.00
4	240.94	3.42	85.50	224.60	3.60	90.00
8	137.69	5.98	74.77	123.13	6.57	82.12

t_1 - tempo total de procesamento incluindo a parte executada no microVax.

t_2 - tempo de processamento somente da parte feita em paralelo

Tabela VII.6 - Performance obtida no sistema ACP para a estrutura representada na figura (VII.7)

Os principais modos de falha para a coluna 1 estão representados na figura (VII.9), para as demais colunas os modos de falha são simétricos.

Na figura (VII.10) está representado o modo de falha ($1^1, 7^8, 3^3, 5^6$).

Observa-se que mesmo com um problema balanceado, a performance cai a medida que aumenta-se o número de processadores, devido ao acréscimo de comunicação entre os nós (processadores) e o microVax.

A performance obtida, mesmo assim, foi muito boa,

dentro dos limites do sistema ACP. O decréscimo do *speedup* com o aumento do número de processadores, é natural em qualquer sistema paralelo.

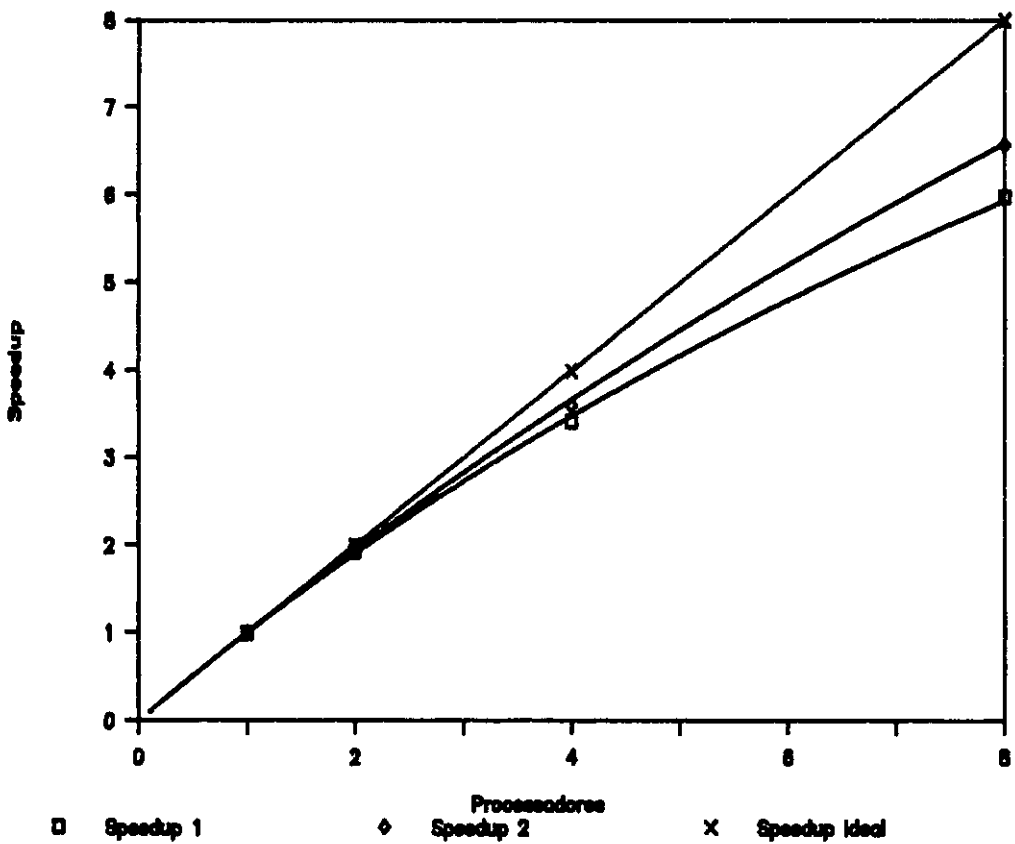


Figura VII.8 - Representação gráfica do *speedup*

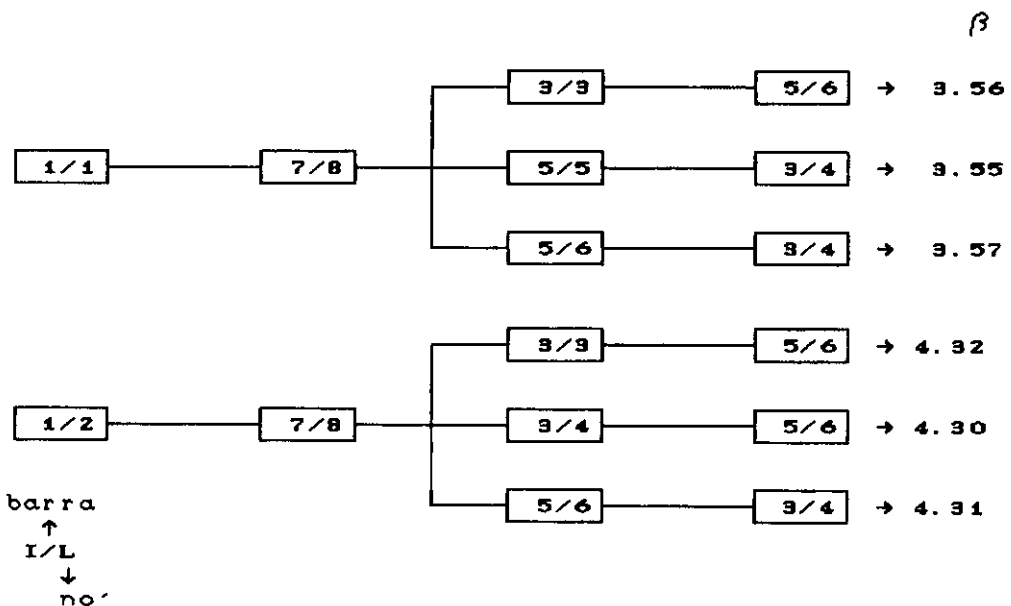


Figura VII.9 - Alguns modos de falha da coluna 1.

respectivamente.

As cargas Q_1 e Q_2 são consideradas como normalmente distribuídas com médias $\bar{Q}_1 = 50$ MN e $\bar{Q}_2 = 2$ MN e coeficiente de variação $C_{vc} = 0.152$. O ângulo ϕ foi assumido como 30° e as constantes (γ_1 , γ_2 e γ_3) são assumidas ser respectivamente (1.000, 0.667 e 0.126).

Elemento	Diamêtro (m)	Espessura (m)
1 - 4	2.0	0.0333
5 - 8	1.5	0.0250
9 - 12	1.0	0.0167
13 - 24	2.5	0.0417
25 - 32	1.5	0.0250
33 - 40	1.2	0.0200
41 - 48	0.9	0.0150

Tabela VII.7 - Dimensões dos elementos da estrutura representada na figura (III.11)

Como primeira análise a estrutura foi considerada como uma treliça espacial. Os critérios de falha para os elementos e para a estrutura foram adotados, respectivamente, o critério de treliça e singularidade da matriz de rigidez. Na tabela (VII.8) são apresentados os resultados correspondentes aos modos principais de falha selecionados pelo algoritmo proposto . Na figura (VII.12), estes resultados foram comparados com o obtido pelo cálculo de grande parte da árvore de falhas (974 modos) que forneceram um valor de $\beta = 3.578$.

Os 10 modos de falha mais prováveis são listados na tabela (VII.9).

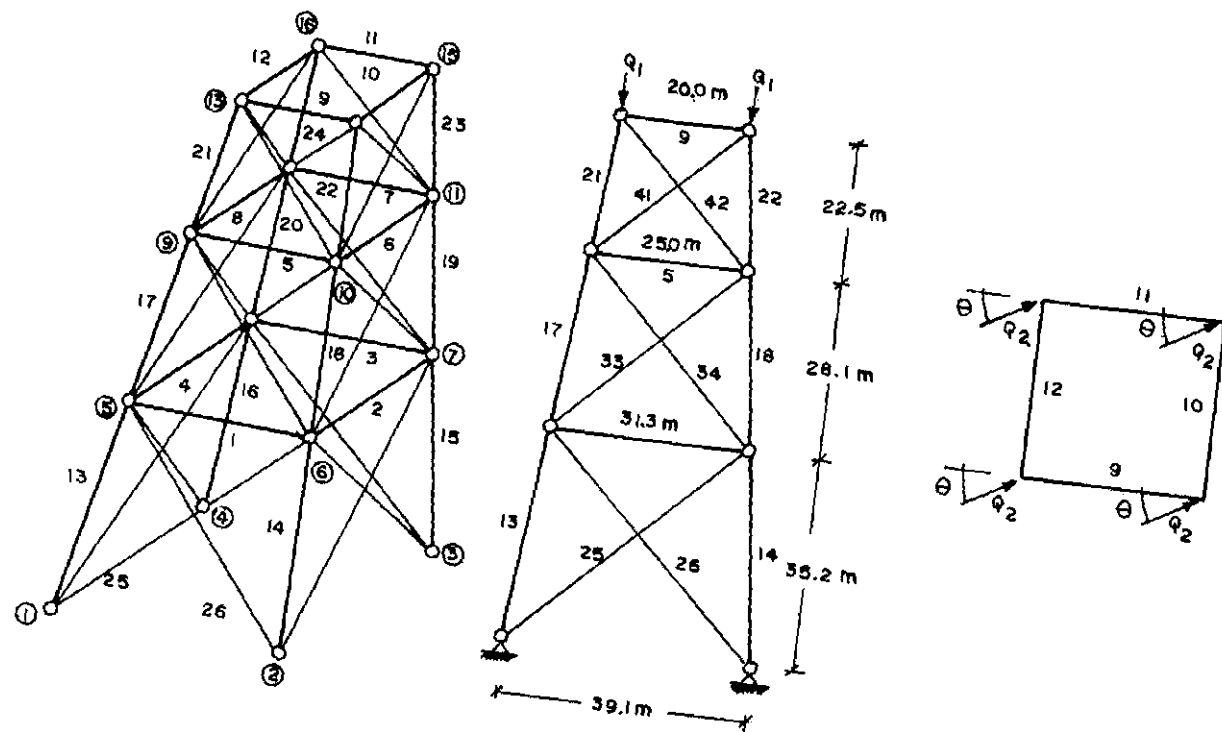


Figura VII.11- Torre de 16 Nós e 48 Elementos Tubulares

Numero de Modos	β_s^*
10	3.740
15	3.703
20	3.679
25	3.662
30	3.653
35	3.647
40	3.642
45	3.639
50	3.637
55	3.635
60	3.634

$$\beta_s^{**} = 3.578$$

(974 modos)

Prob= .178E-3

* - resultados usando RELI2

** - resultados usando RELI1 ($\gamma = 2$)

Tabela VII.8 - Valores do índice de segurança para a estrutura representada na figura (VII.11) analisada como treliça.

Modo	Seqüência	β
1	23-45-44	4.104
2	23-44-45	4.174
3	23-45-43	4.180
4	22-42-44	4.324
5	23-44-46	4.330
6	22-44-42	4.340
7	23-43-45	4.405
8	24-45-48	4.445
9	19-37-36	4.467
10	22-42-43	4.468

Tabela VII.9 - Os dez modos de falha mais prováveis para estrutura representada na figura (VII.11) analisada como treliça.

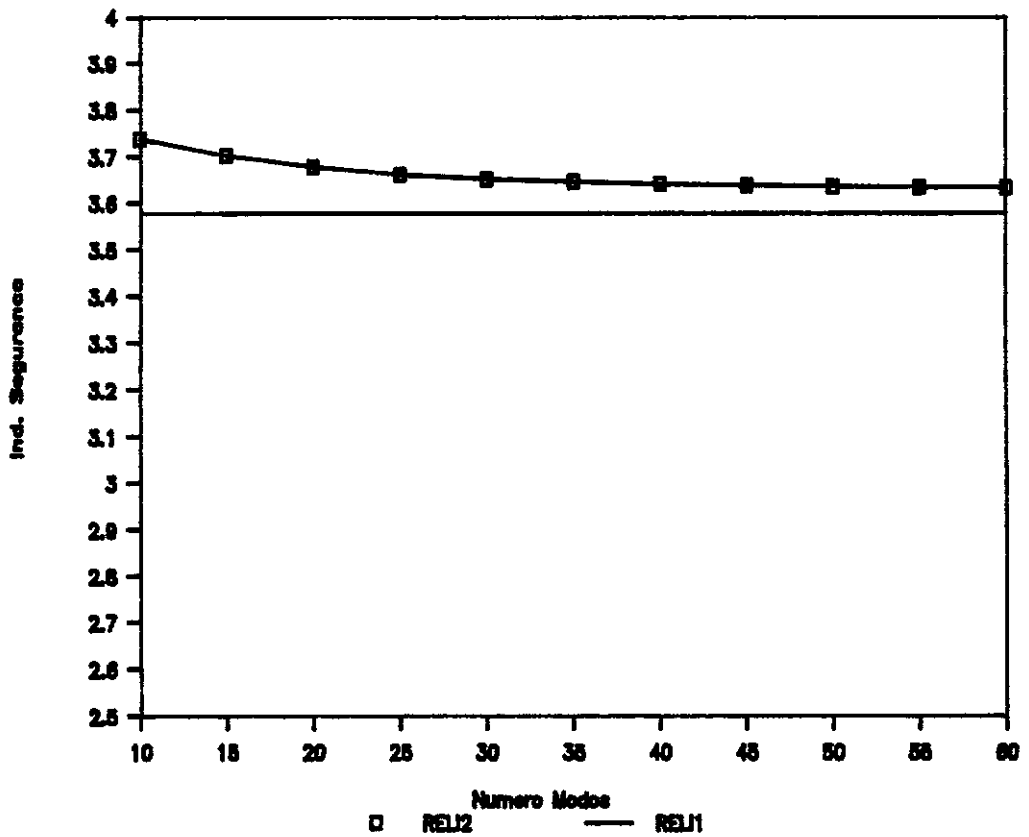


Figura VI.12 - Representação gráfica dos valores da Tabela (VII.8)

Na segunda análise a estrutura foi admitida como um pórtico espacial. O critério de falha dos elementos foi assumido ser o critério de treliça enquanto que a falha da estrutura foi assumida ocorrer quando houver a falha de 3 barras em cada modo de colapso.

Na tabela (VII.10) os resultados correspondentes aos principais modos de falha selecionados pelo algoritmo proposto, são apresentados. Na figura (VI.13), estes resultados são comparados com o resultado obtido pelo cálculo de significativa parte da árvore de falhas (898 modos) que resultou num valor de $\beta \approx 3.744$.

Os 10 modos de falha mais prováveis são representados na tabela (VII.11).

Numero de Modos	β_s^*
10	3.876
15	3.829
20	3.804
25	3.792
30	3.784
35	3.778
40	3.775
45	3.772
50	3.771
55	3.769
60	3.768

$\beta_s^{**} = 3.744$
(898 modos)
Prob= .91E-4

* - resultados usando RELI2

** - resultados usando RELI1 ($\gamma = 2$)

Tabela VII.10 - Valores do índice de segurança para a estrutura representada na figura (VII.11) analisada como pórtico usando critério de falha de treliça.

Modo	Seqüência	β
1	23-45-44	4.268
2	23-44-45	4.317
3	23-45-43	4.319
4	19-37-36	4.421
5	23-44-46	4.422
6	22-42-44	4.480
7	23-43-45	4.481
8	22-44-42	4.491
9	19-36-37	4.492
10	19-37-35	4.508

Tabela VII.11 - Os dez modos de falha mais prováveis para estrutura representada na figura (VII.11) analisada como pórtico.

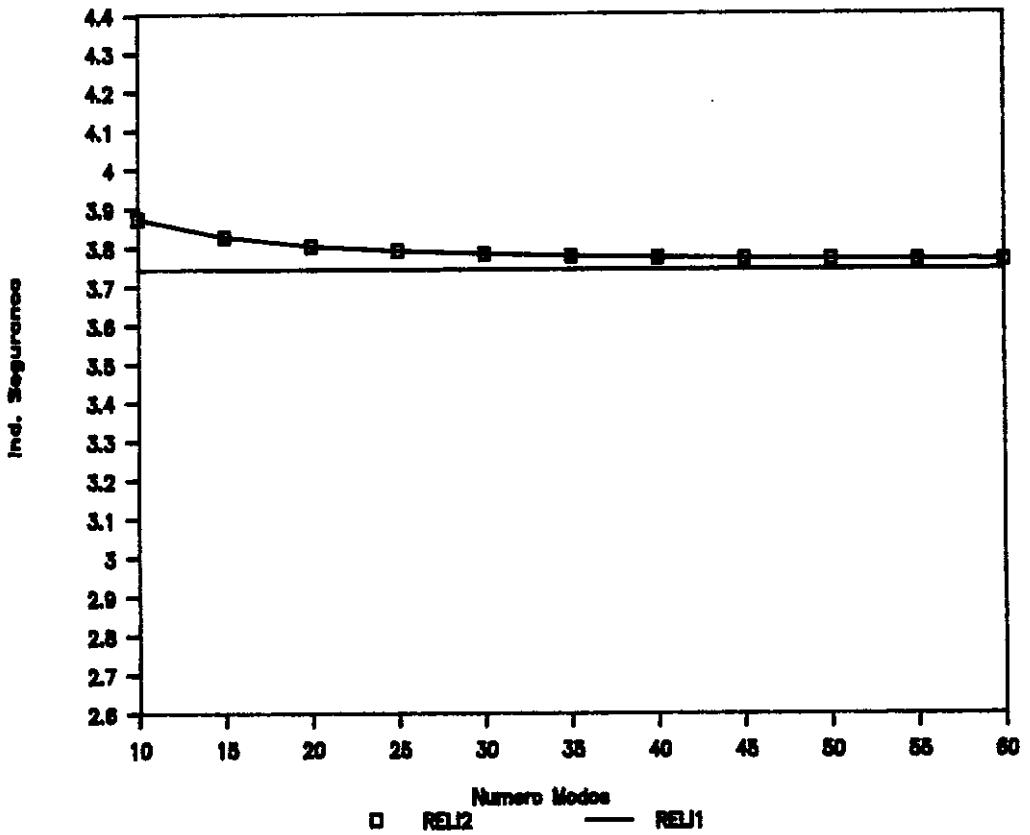


Figura VII.13 - Representação gráfica dos valores da Tabela (VII.10)

A terceira e última análise realizada foi similar à anterior, porém o critério de falha dos elementos adotado foi o critério plástico.

Na tabela (VII.12) estão representados os resultados obtidos correspondentes aos modos principais de falha selecionados pelo algoritmo proposto. Na figura (VII.14), estes resultados são comparados com o obtido pelo cálculo de grande parte da árvore de falhas (499 modos) que forneceram um valor de $\beta=3.505$.

Os 10 modos principais de falha são apresentados na tabela (VII.13).

Numero de Modos	β_s^*
10	4.064
15	3.940
20	3.837
25	3.802
30	3.772
35	3.733
40	3.716
45	3.701
50	3.688
55	3.674
60	3.662

$\beta_s^{**} = 3.505$
(499 modos)

Prob= .23E-3

* - resultados usando RELI2

** - resultados usando RELI1 ($\gamma = 1$)

Tabela VII.12 - Valores do índice de segurança para a estrutura representada na figura (VII.11) analisada como pórtico.

Modo	Seqüência	β
1	$15^3 - 2^7 - 3^8$	4.104
2	$15^3 - 2^6 - 3^7$	4.174
3	$15^3 - 2^6 - 3^8$	4.180
4	$15^3 - 3^7 - 2^6$	4.324
5	$15^3 - 3^8 - 2^7$	4.330
6	$15^3 - 3^8 - 2^6$	4.340
7	$15^3 - 2^7 - 3^7$	4.405
8	$15^3 - 3^7 - 2^7$	4.445
9	$23^{11} - 45^{16} - 44^{14}$	4.467
10	$23^{11} - 45^{11} - 44^{14}$	4.468

Convenção

$15^3 \rightarrow$ No'
 \hookrightarrow Barra

Tabela VII.13 - Os dez modos de falha mais prováveis para estrutura representada na figura (VII. 11) analisada como pórtico com critério de falha plástico.

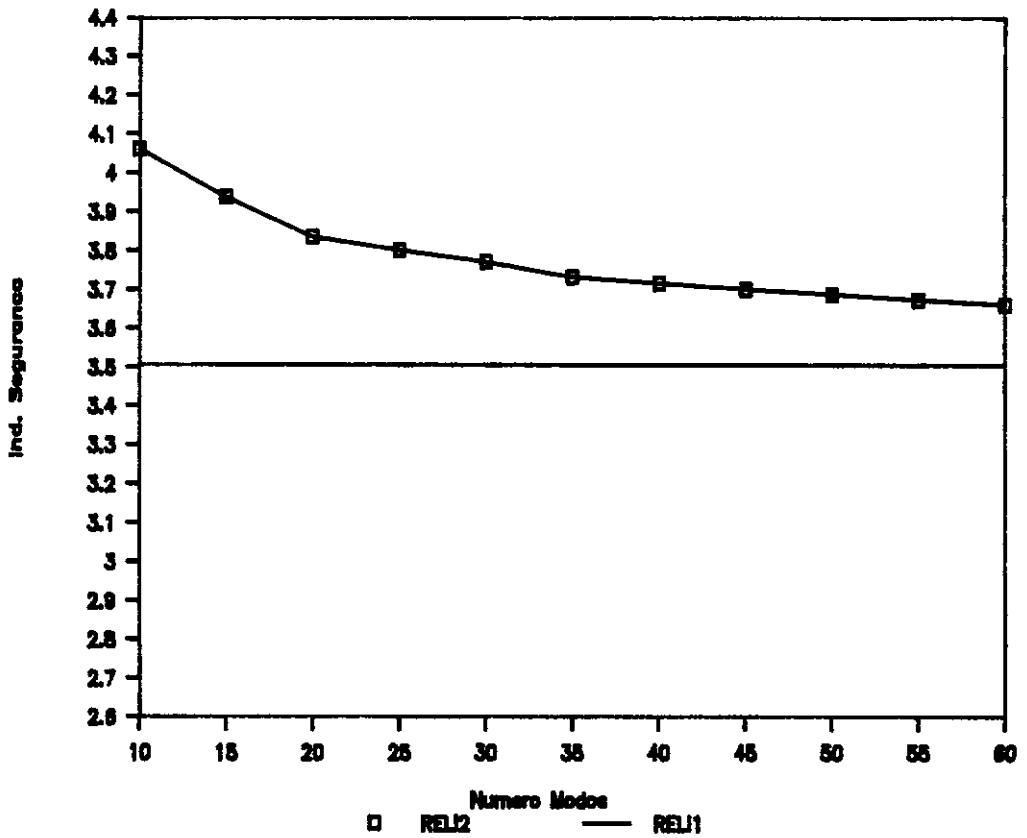


Figura VII.14 - representação gráfica dos valores apresentados na tabela (VII.12).

Uma comparação das três análises realizadas é feita na figura (VII.15).

Apresenta-se na tabela (VII.14) o tempo de CPU consumido no VAX 8810, para as três análises realizadas utilizando como base 50 modos de falha.

Apresenta-se a seguir a performance obtida no ACP, através do programa RELI2, na terceira análise. Usando $\gamma = 1$, foram selecionados 12 nós como primeiros a falir e os resultados obtidos estão representados na tabela (VII.15) e na figura (VII.16).

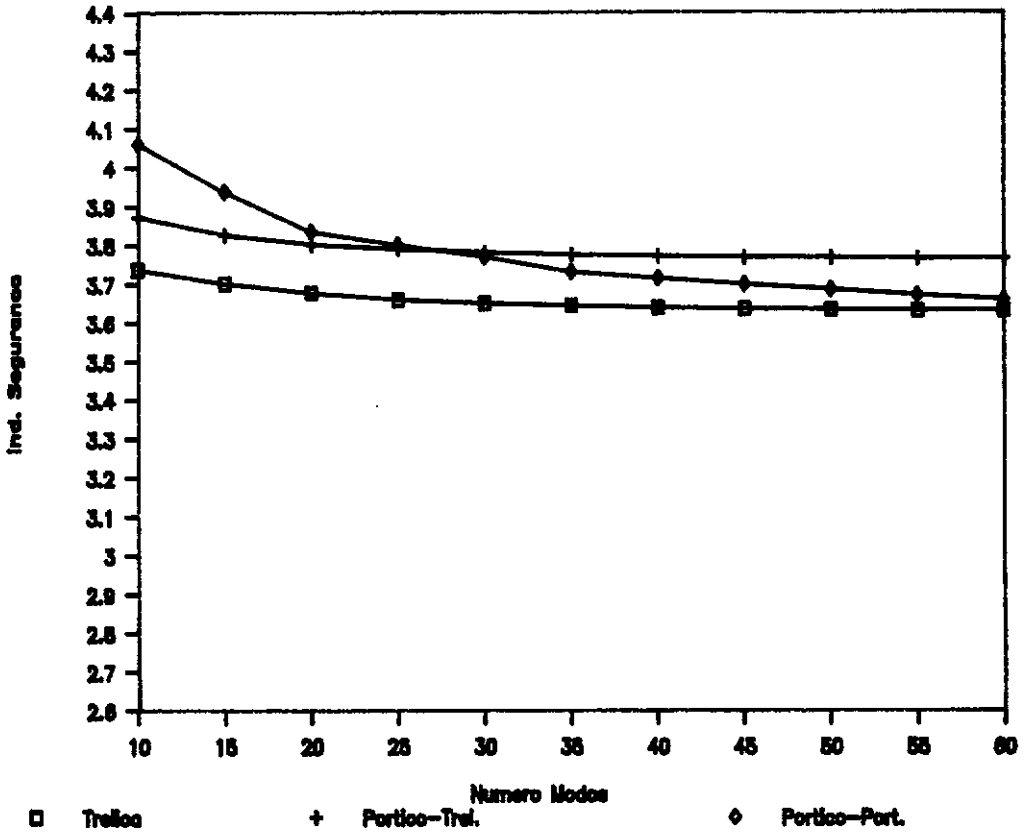


Figura VII.15 - Comparação entre as três análises

Análise	CPU (s)
1	76
2	187
3	148

Tabela VII.14 - Tempos de CPU consumidos pelas três análises.

Proc.	T (s)	Sp	E (%)
1	2143	1.00	100.00
2	1127	1.90	95.00
3	796	2.69	89.60
4	620	3.46	86.50
5	509	4.20	84.00
6	471	4.55	75.83
7	405	5.29	75.57
8	391	5.48	68.50
9	347	6.18	68.60
10	320	6.70	67.00
11	320	6.70	60.90
12	320	6.70	55.80

Tabela VII.15 - Performance obtida .

Neste caso também é importante fazer uma comparação entre o algoritmo sequencial e o algoritmo paralelo. A tabela (VII.16) e a figura (VII.17) apresentam os valores comparativos entre o algoritmo em série executado no microVax e a execução em paralelo (microVax e ACP).

Neste exemplo pode-se notar que a grande quantidade de modos selecionados pelo algoritmo de Murotsu modificado, nas três análises, não melhora muito a probabilidade de falha da estrutura.

Cabe-se também enfatizar, pela semelhança dos resultados da probabilidade de falha para as três análises, a tendência de alguns pesquisadores (ver [2]) em fazer uma análise simplificada de confiabilidade

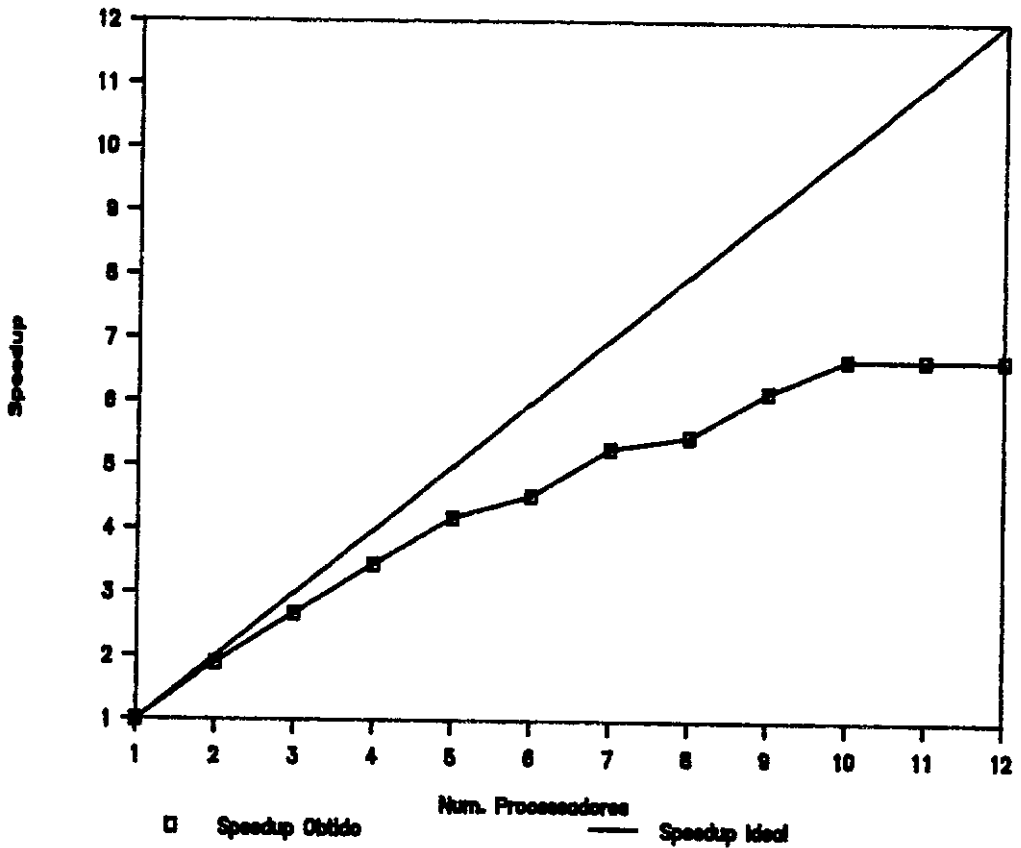


Figura (VII.16) - Representação gráfica do *speedup*.

estrutural de plataformas *offshore*, considerando como treliça espacial, reduzindo significativamente o esforço computacional necessário para realizar a análise. Um fato, porém, deve ser levado em consideração com respeito ao carregamento. Foram consideradas somente cargas nodais atuantes na estrutura, o que favorece este tipo de comparação. Quando os momentos fletores nos elementos forem importantes este tipo de simplificação já não será mais válida.

Usando processamento paralelo, observa-se que a partir de 10 processadores o *speedup* não aumentou, devido ao desbalanceamento de cargas nos processadores. O número de seqüências de falhas geradas pelos nós selecionados

Proc.	T (s)	Sp	E (%)
1	1661*	1.00	100.00
2	1127	1.47	73.69
3	796	2.09	69.56
4	620	2.68	66.98
5	509	3.26	65.30
6	471	3.53	58.78
7	405	4.10	58.59
8	391	4.25	53.10
9	347	4.79	53.20
10	320	5.19	51.90

* — tempo de execução no microVax

Tabela VII.16 — Performance obtida sobre o algoritmo sequencial.

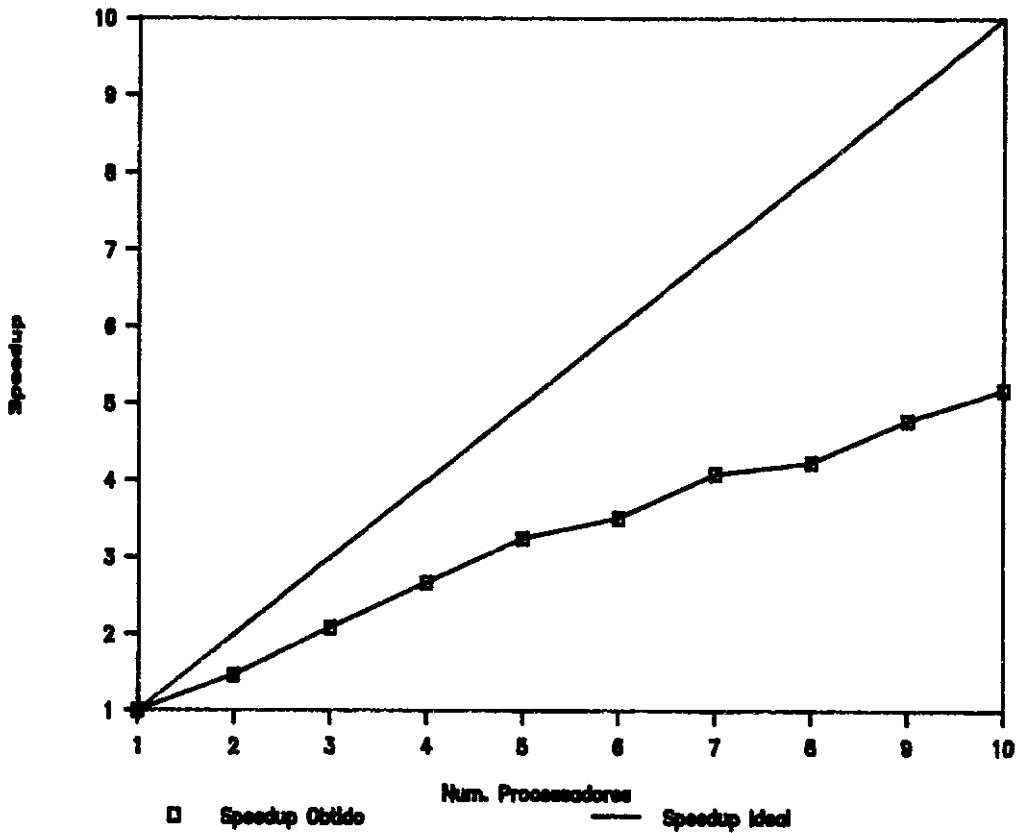


Figura VII.17 — Speedup obtido sobre o algoritmo sequencial

como primeiros a falir é diferente para cada um. Até 10 processadores, enquanto um processador analisa um nó, dois outros são analisados num outro processador. Enquanto que para 12 processadores cada processador recebe um nó inicial e a medida que vão acabando as análises, ficam vazios à espera do mais " carregado ".

Apesar do problema de desbalanceamento de carga, é interessante observar a vantagem de um sistema multiprocessador como o ACP sobre um microVax que é uma máquina semelhante, ou seja, ambas são constituídas de processadores de 32 Bits.

VII.5 - PLATAFORMA FIXA

A última análise apresentada neste trabalho é uma plataforma *offshore* com 54 nós e 164 elementos indicada na figura (VII.18). O carregamento foi considerado como sendo composto das cargas permanentes, onda e corrente. O carregamento de onda e corrente considera uma onda de 11.35m com período de 10.25s e uma corrente com velocidade de 3.05 m/s na superfície e 0.76 m/s no fundo.

O carregamento total foi suposto aleatório com uma distribuição normal de probabilidade e com coeficiente de variação $C_{v_c} = 0.20$.

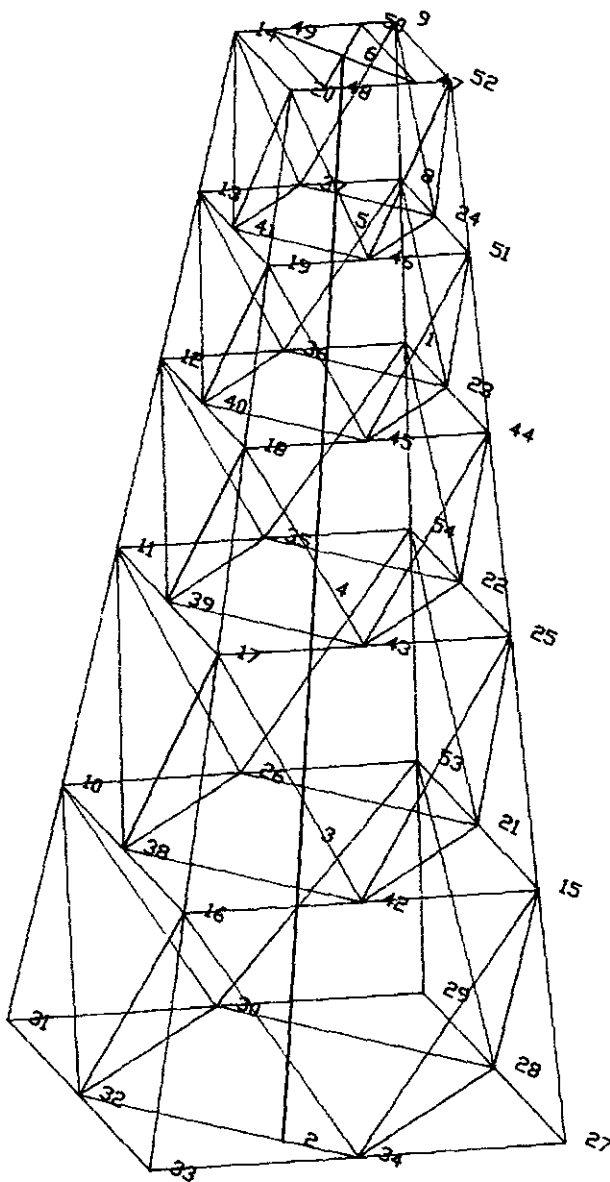
As dimensões das barras foram consideradas como variáveis aleatórias normalmente distribuídas com coeficiente de variação $C_{v_d} = 0.05$.

A tensão de escoamento do material foi considerada também uma variável aleatória, normalmente distribuída,

com valor médio $\sigma_e^- = \sigma_e^+ = 24600 \text{ t/m}^2$ e coeficiente de variação $C_{VR} = 0.15$.

Para esta análise foi utilizada somente o programa RELI2 no VAX 8810, devido ao seu tamanho.

O critério de falha para os elementos foi assumido como o critério plástico.



Incidências

Barra	Nós	
	I	J
7	46	24
8	24	37
19	18	19
21	19	20
29	24	9
76	44	51
87	51	52
140	51	24
141	24	8

Figura VII.18 - Plataforma fixa com 54 nós e 164 elementos.

Na tabela (VII.17) e na figura (VI.19) apresentam-se os resultados da análise considerando o material plástico ($\eta = 1$). Usou-se como critério de colapso para a estrutura o deslocamento no topo. A estrutura é suposta colapsada quando este deslocamento exceder em 50% o deslocamento no topo para a estrutura íntegra.

Na tabela (VII.18) são apresentados os 10 modos mais prováveis de falha .

Modos	β_s	CPU (s)
10	5.641	778
20	5.591	1410
30	5.496	2047
40	5.465	2726
50	5.443	3440
60	5.401	4035
70	5.386	4683

Tabela VII.17 - Valores do índice de segurança para para a plataforma representada na figura (VII.19).

Utilizando 20 modos de falha, foram analisados mais dois critérios de colapso para a estrutura, o primeiro considerando que o colapso ocorre quando o deslocamento no topo ultrapasse em 150% o deslocamento inicial e o segundo critério foi levar a estrutura até seu colapso estático, ou seja, até que a matriz de rigidez torne-se singular. Os valores obtidos para o índice de segurança da

estrutura são representados na tabela (VII.19).

Comparando os três critérios de falha, mesmo aumentando o número de nós falidos, como realmente acontece para as duas últimas análises, o índice de segurança quase não muda; isto ocorre porque a partir de um certo número de falhas de nós, outros nós ficam muito comprometidos, ou seja, com probabilidade de falha próxima a 1.0 (um). Sendo assim, mesmo aumentando o número de nós falidos a probabilidade de falha permanece praticamente inalterada como já havia sido observado na primeira aplicação.

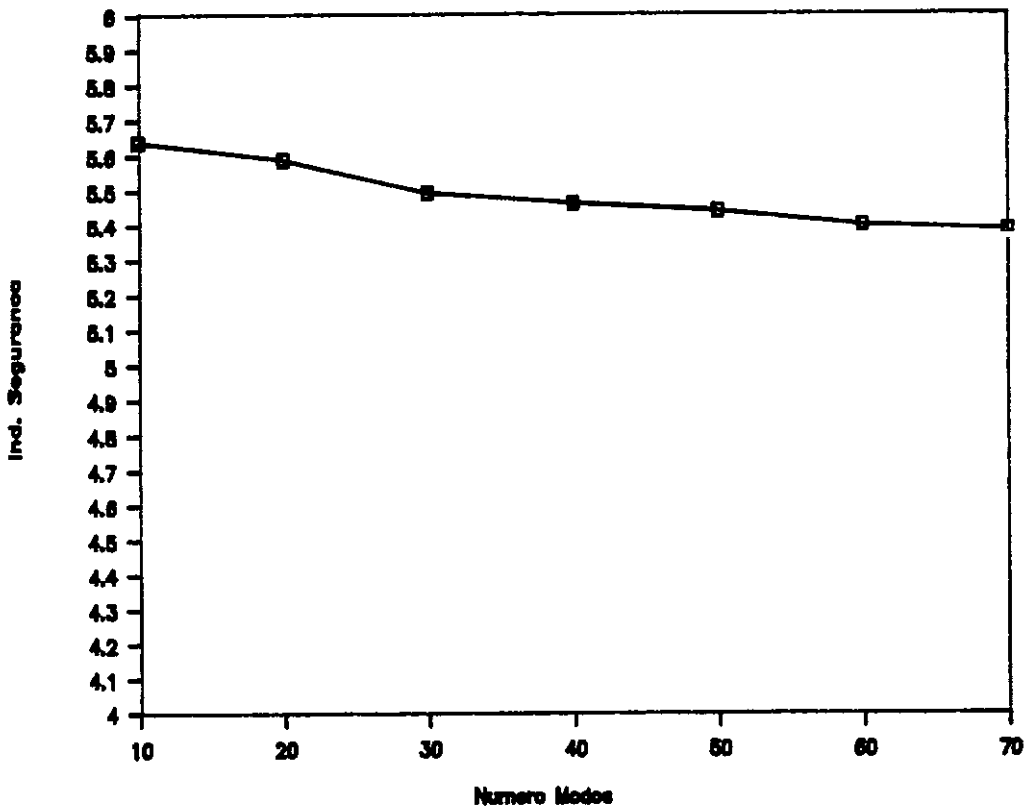


Figura VII.20 - Representação gráfica do Índice de Segurança.

Modo	Seqüência	β
1	$21^{20} \ 87^{51} \ 19^{19} \ 76^{51}$	5.858
2	$21^{20} \ 76^{51} \ 19^{19}$	5.912
3	$87^{52} \ 21^{20} \ 19^{19} \ 76^{51}$	5.996
4	$87^{52} \ 21^{20} \ 19^{19} - 140^{51}$	6.005
5	$87^{52} \ 21^{20} \ 19^{19} \ 76^{44}$	6.031
6	$21^{20} \ 29^9 - 87^{51} \ 140^{51} \ 19^{19}$	6.070
7	$21^{20} \ 29^9 - 87^{51} \ 140^{24} - 140^{51} - 19^{19}$	6.071
8	$21^{20} \ 29^9 - 87^{51} \ 140^{24} \ 19^{19}$	6.073
9	$87^{52} \ 21^{20} \ 19^{19} \ 7^{24} \ 8^{24}$	6.091
10	$21^{20} \ 29^9 - 87^{51} \ 140^{51} \ 141^{24} \ 19^{19}$	6.094

Convenção

$21^{20} \rightarrow$ no
 $\quad \quad \quad \rightarrow$ barra

Tabela VII.18 - Os dez modos de falha mais prováveis para a estrutura representada na figura (VII.19).

Critério	$\Delta_{\max}=1.5\Delta_i$	$\Delta_{\max}=2.5\Delta_i$	$ K = \delta$
β_s	5.591	5.596	5.502
CPU (s)	1410	1570	8784

Tabela VII.19 - Valores comparativos de β para três critérios de falha distintos.

Neste exemplo fica evidenciada a dificuldade de se analisar a estrutura usando como critério de colapso a singularidade da matriz de rigidez, pois a análise fica muito cara.

Esta estrutura não foi analisada no ACP devido ao seu porte, pois seriam gerados um grande número de modos de falha e seria necessário um tempo de máquina excessivo, para se realizar a análise. Isto é devido às limitações específicas do sistema ACP e não decorrente da filosofia de processamento paralelo, que como ficou evidenciada nos exemplos anteriores, é bastante adequada para análise de problemas de confiabilidade estrutural.

Neste caso também há uma grande influência dos momentos fletores, por isso não foi considerado o critério de treliça para falha dos elementos.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se um procedimento computacional para implementação em máquinas paralelas de algoritmos utilizados na análise de confiabilidade estrutural. O desacoplamento existente entre os vários eventos (modos de falha) torna bastante atrativo o seu emprego em máquinas paralelas, dotadas de um grande número de processadores.

Dentro da classe dos métodos especialistas para análise de confiabilidade estrutural, foi apresentado um algoritmo, bastante simples e com facilidade de implementação computacional, para selecionar um conjunto significativo dos principais modos de falha em estruturas reticuladas.

Como sugestões para trabalhos futuros são indicados os seguintes:

- Implementação do algoritmo proposto em uma máquina paralela.
- Implementação do Algoritmo de Racwitz-Fiessler para distribuições de probabilidades não normais das variáveis aleatórias, bem como a consideração de correlação entre estas variáveis.
- Consideração de novos critérios de falha para os elementos tais como: *flambagem*, *punching shear*, etc...
- Fazer um estudo específico de confiabilidade para estruturas que tenham problemas com fadiga.

- Fazer análise da confiabilidade de estruturas já existentes.

A confiabilidade estrutural constitui-se, portanto, em uma importante área de pesquisa com um grande número de aplicações. A computação paralela abre também, outro imenso horizonte de pesquisas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] FREUDENTHAL, A.M. - " The Safety of Structures ",
ASCE Transactions , Vol.112, pp. 125-129,
1947.
- [2] GUENARD, Y.F. - " Application of System
Reliability Analysis to Offshore Structures ",
John A. Blume Earthquake Engineering Center,
Report N° 71, 1984.
- [3] BEA, R.G., HONG, S.T. and MITCHEL, J.S. - " Decision
Analysis Approach to Offshore Platform
Design", Journal of Structural Division,
ASCE, Vol. 110, N° 1, pp. 55-73, 1984.
- [4] NIKOLAIDIS, E. and BURDISSO, R. - " Reliability
Based Optimization : A Safety Index
Approach ", Computers & Structures, Vol.28,
N° 6, pp. 781-788, 1988.
- [5] BENJAMIN, J.R. and CORNELL, C.A. - " Probability ,
Statistics and Decision for Civil Engineers ",
McGraw Hill, New York, 1970.
- [6] MELCHERS, R.E. - " Structural Reliability :
Analysis and Prediction ", Ellis Horwood
Limited, Chichester, 1987.
- [7] WIRSHING, P.H. - " Advanced Reliability Evaluation
Methods ", ASCE Short Course, 1985.
- [8] CORNELL, C.A. - " A Probability Based Structural
Code ", ACI Journal, Vol. 66, N° 12, pp.
974-985, 1969.
- [9] HASOFER, A.M., and LIND, N.C. - " Exact and
Invariant Second Moment Code Format ",

- Journal of Engineering Mechanics Division,
ASCE, Vol.100, EM1, pp. 111-121, 1974.
- [10] SHINOZUKA,M. - " Basic Analysis of Structural Safety ",Journal of Structural Division ,
ASCE, Vol.109, N° 3, pp. 721-740, 1983.
- [11] ANG,A.H.S. and TANG,W.H. - " Probability Concepts in Engineering, Planning and Design ", Vol. I, John Wiley & Sons,
New York, 1975.
- [12] RACWITZ,R. and FIESSLER,B. - " Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences ", Computers & Structures, Vol. 9,
pp. 489-494, 1978.
- [13] GORMAN,M.R. - " Resistance Modelling ", ASCE Short Course, 1985.
- [14] MUROTSU,Y.,OKADA,H.,NIWA,K. and MIWA, S. - " Reliability Analisis of Truss Structures by Using Matrix Method ", Journal of Mechanical Design ", Vol. 102, pp. 749-756, 1980.
- [15] NAVAUX,P.O.A. - " Introdução ao Processamento Paralelo ", Anais do II Simpósio Brasileiro de Arquitetura de Computadores ", Vol. 1, pp. I.1 -I.14, 1988.
- [16] ORTEGA,J.M. - " Introduction to Parallel and Vector Soluction of Linear System ", Plenum Press, New York, 1988.
- [17] CLEMENTI,E., LOGAN,D. and SAARINEN,J. - " ICAP/3090 : Parallel Processing for Large-scale Scientific and Engineering

- Problems ", IBM Systems Journal , Vol. 27, N° 4, pp.475-509, 1988.
- [18] BARROS,C.O. - " O Sistema Multiprocessador ACP no CBPF ", Anais do II Simpósio Brasileiro de Arquitetura de Computadores, Vol 2, pp. 10.3.1-10.3.4, 1988.
- [19] BARROS,C.O. - " Uma Avaliação Experimental do Desempenho do Sistema Multiprocessador ACP ", Tese M.Sc, COPPE/UFRJ, 1989.
- [20] SCHULZE,B. e VALLOIS,R. - " Segunda Geração de Processadores do ACP ", Anais do II Simpósio Brasileiro de Arquiteturas de Computadores ", Vol. 2, pp. 3.B.3.1-3.B.3.6 , 1988.
- [21] SIQUEIRA,M.Q. - " Análise Estrutural por Partição de Domínio em Ambientes de Computação Paralela ", Tese M.Sc, COPPE/UFRJ, 1989.
- [22] BENJAMIN,A.C. e EBECKEN,N.F.F - " Formulação de Um Elemento Finito de Pórtico Elasto-plástico a partir da Teoria Plástica de Vigas ", Revista Brasileira de Engenharia, Caderno de Engenharia Estrutural, Vol. 3, N° 2, pp. 29-57, 1982.
- [23] ROW,G.D.,POWELL,G.H. and MONDKAR,D.P. - " Solution of Progressively Changing Equilibrium Equations for Nonlinear Structures ", Computers & Structures, Vol.7, pp. 659-665, 1977.

APÊNDICE A

TABELA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO DE PROBABILIDADES

β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$
0.00	.5000E+00	0.10	.4602E+00	0.20	.4207E+00
0.01	.4960E+00	0.11	.4562E+00	0.21	.4168E+00
0.02	.4920E+00	0.12	.4522E+00	0.22	.4129E+00
0.03	.4880E+00	0.13	.4483E+00	0.23	.4090E+00
0.04	.4840E+00	0.14	.4443E+00	0.24	.4052E+00
0.05	.4801E+00	0.15	.4404E+00	0.25	.4013E+00
0.06	.4761E+00	0.16	.4364E+00	0.26	.3974E+00
0.07	.4721E+00	0.17	.4325E+00	0.27	.3936E+00
0.08	.4681E+00	0.18	.4286E+00	0.28	.3897E+00
0.09	.4641E+00	0.19	.4247E+00	0.29	.3859E+00
0.30	.3821E+00	0.40	.3446E+00	0.50	.3085E+00
0.31	.3783E+00	0.41	.3409E+00	0.51	.3050E+00
0.32	.3745E+00	0.42	.3372E+00	0.52	.3015E+00
0.33	.3707E+00	0.43	.3336E+00	0.53	.2981E+00
0.34	.3669E+00	0.44	.3300E+00	0.54	.2946E+00
0.35	.3632E+00	0.45	.3264E+00	0.55	.2912E+00
0.36	.3594E+00	0.46	.3228E+00	0.56	.2877E+00
0.37	.3557E+00	0.47	.3192E+00	0.57	.2843E+00
0.38	.3520E+00	0.48	.3156E+00	0.58	.2810E+00
0.39	.3483E+00	0.49	.3121E+00	0.59	.2776E+00
0.60	.2743E+00	0.70	.2420E+00	0.80	.2119E+00
0.61	.2709E+00	0.71	.2389E+00	0.81	.2090E+00
0.62	.2676E+00	0.72	.2358E+00	0.82	.2061E+00
0.63	.2643E+00	0.73	.2327E+00	0.83	.2033E+00
0.64	.2611E+00	0.74	.2296E+00	0.84	.2005E+00
0.65	.2578E+00	0.75	.2266E+00	0.85	.1977E+00
0.66	.2546E+00	0.76	.2236E+00	0.86	.1949E+00
0.67	.2514E+00	0.77	.2206E+00	0.87	.1922E+00
0.68	.2483E+00	0.78	.2177E+00	0.88	.1894E+00
0.69	.2451E+00	0.79	.2148E+00	0.89	.1867E+00

β	$\psi(-\beta)$	β	$\psi(-\beta)$	β	$\psi(-\beta)$
0.90	.1841E+00	1.00	.1587E+00	1.10	.1357E+00
0.91	.1814E+00	1.01	.1562E+00	1.11	.1335E+00
0.92	.1788E+00	1.02	.1539E+00	1.12	.1314E+00
0.93	.1762E+00	1.03	.1515E+00	1.13	.1292E+00
0.94	.1736E+00	1.04	.1492E+00	1.14	.1271E+00
0.95	.1711E+00	1.05	.1469E+00	1.15	.1251E+00
0.96	.1685E+00	1.06	.1446E+00	1.16	.1230E+00
0.97	.1660E+00	1.07	.1423E+00	1.17	.1210E+00
0.98	.1635E+00	1.08	.1401E+00	1.18	.1190E+00
0.99	.1611E+00	1.09	.1379E+00	1.19	.1170E+00
1.20	.1151E+00	1.30	.9680E-01	1.40	.8076E-01
1.21	.1131E+00	1.31	.9510E-01	1.41	.7927E-01
1.22	.1112E+00	1.32	.9342E-01	1.42	.7780E-01
1.23	.1093E+00	1.33	.9176E-01	1.43	.7636E-01
1.24	.1075E+00	1.34	.9012E-01	1.44	.7493E-01
1.25	.1056E+00	1.35	.8851E-01	1.45	.7353E-01
1.26	.1038E+00	1.36	.8691E-01	1.46	.7215E-01
1.27	.1020E+00	1.37	.8534E-01	1.47	.7078E-01
1.28	.1003E+00	1.38	.8379E-01	1.48	.6944E-01
1.29	.9853E-01	1.39	.8226E-01	1.49	.6811E-01
1.50	.6681E-01	1.60	.5480E-01	1.70	.4457E-01
1.51	.6552E-01	1.61	.5370E-01	1.71	.4363E-01
1.52	.6426E-01	1.62	.5262E-01	1.72	.4272E-01
1.53	.6301E-01	1.63	.5155E-01	1.73	.4182E-01
1.54	.6178E-01	1.64	.5050E-01	1.74	.4093E-01
1.55	.6057E-01	1.65	.4947E-01	1.75	.4006E-01
1.56	.5938E-01	1.66	.4846E-01	1.76	.3920E-01
1.57	.5821E-01	1.67	.4746E-01	1.77	.3836E-01
1.58	.5705E-01	1.68	.4648E-01	1.78	.3754E-01
1.59	.5592E-01	1.69	.4551E-01	1.79	.3673E-01

β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$
1.80	.3593E-01	1.90	.2872E-01	2.00	.2275E-01
1.81	.3515E-01	1.91	.2807E-01	2.01	.2222E-01
1.82	.3438E-01	1.92	.2743E-01	2.02	.2169E-01
1.83	.3362E-01	1.93	.2680E-01	2.03	.2118E-01
1.84	.3288E-01	1.94	.2619E-01	2.04	.2068E-01
1.85	.3216E-01	1.95	.2559E-01	2.05	.2018E-01
1.86	.3144E-01	1.96	.2500E-01	2.06	.1970E-01
1.87	.3074E-01	1.97	.2442E-01	2.07	.1923E-01
1.88	.3005E-01	1.98	.2385E-01	2.08	.1876E-01
1.89	.2938E-01	1.99	.2330E-01	2.09	.1831E-01
2.10	.1786E-01	2.20	.1390E-01	2.30	.1072E-01
2.11	.1743E-01	2.21	.1355E-01	2.31	.1044E-01
2.12	.1700E-01	2.22	.1321E-01	2.32	.1017E-01
2.13	.1659E-01	2.23	.1287E-01	2.33	.9903E-02
2.14	.1618E-01	2.24	.1255E-01	2.34	.9642E-02
2.15	.1578E-01	2.25	.1222E-01	2.35	.9387E-02
2.16	.1539E-01	2.26	.1191E-01	2.36	.9137E-02
2.17	.1500E-01	2.27	.1160E-01	2.37	.8894E-02
2.18	.1463E-01	2.28	.1130E-01	2.38	.8656E-02
2.19	.1426E-01	2.29	.1101E-01	2.39	.8424E-02
2.40	.8198E-02	2.50	.6210E-02	2.60	.4661E-02
2.41	.7976E-02	2.51	.6037E-02	2.61	.4527E-02
2.42	.7760E-02	2.52	.5868E-02	2.62	.4396E-02
2.43	.7549E-02	2.53	.5703E-02	2.63	.4269E-02
2.44	.7344E-02	2.54	.5543E-02	2.64	.4145E-02
2.45	.7143E-02	2.55	.5386E-02	2.65	.4025E-02
2.46	.6947E-02	2.56	.5234E-02	2.66	.3907E-02
2.47	.6756E-02	2.57	.5085E-02	2.67	.3793E-02
2.48	.6569E-02	2.58	.4940E-02	2.68	.3681E-02
2.49	.6387E-02	2.59	.4799E-02	2.69	.3573E-02

β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$
2.70	.3467E-02	2.80	.2555E-02	2.90	.1866E-02
2.71	.3364E-02	2.81	.2477E-02	2.91	.1807E-02
2.72	.3264E-02	2.82	.2401E-02	2.92	.1750E-02
2.73	.3167E-02	2.83	.2327E-02	2.93	.1695E-02
2.74	.3072E-02	2.84	.2256E-02	2.94	.1641E-02
2.75	.2980E-02	2.85	.2186E-02	2.95	.1589E-02
2.76	.2890E-02	2.86	.2118E-02	2.96	.1538E-02
2.77	.2803E-02	2.87	.2052E-02	2.97	.1489E-02
2.78	.2718E-02	2.88	.1988E-02	2.98	.1441E-02
2.79	.2635E-02	2.89	.1926E-02	2.99	.1395E-02
3.00	.1350E-02	3.10	.9676E-03	3.20	.6871E-03
3.01	.1306E-02	3.11	.9354E-03	3.21	.6637E-03
3.02	.1264E-02	3.12	.9043E-03	3.22	.6410E-03
3.03	.1223E-02	3.13	.8740E-03	3.23	.6190E-03
3.04	.1183E-02	3.14	.8447E-03	3.24	.5976E-03
3.05	.1144E-02	3.15	.8164E-03	3.25	.5770E-03
3.06	.1107E-02	3.16	.7888E-03	3.26	.5571E-03
3.07	.1070E-02	3.17	.7622E-03	3.27	.5377E-03
3.08	.1035E-02	3.18	.7364E-03	3.28	.5190E-03
3.09	.1001E-02	3.19	.7114E-03	3.29	.5009E-03
3.30	.4834E-03	3.40	.3369E-03	3.50	.2326E-03
3.31	.4665E-03	3.41	.3248E-03	3.51	.2241E-03
3.32	.4501E-03	3.42	.3131E-03	3.52	.2158E-03
3.33	.4342E-03	3.43	.3018E-03	3.53	.2078E-03
3.34	.4189E-03	3.44	.2909E-03	3.54	.2001E-03
3.35	.4041E-03	3.45	.2803E-03	3.55	.1926E-03
3.36	.3897E-03	3.46	.2701E-03	3.56	.1854E-03
3.37	.3758E-03	3.47	.2602E-03	3.57	.1785E-03
3.38	.3624E-03	3.48	.2507E-03	3.58	.1718E-03
3.39	.3495E-03	3.49	.2415E-03	3.59	.1653E-03

β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$
3.60	.1591E-03	3.70	.1078E-03	3.80	.7235E-04
3.61	.1531E-03	3.71	.1036E-03	3.81	.6948E-04
3.62	.1473E-03	3.72	.9961E-04	3.82	.6673E-04
3.63	.1417E-03	3.73	.9574E-04	3.83	.6407E-04
3.64	.1363E-03	3.74	.9201E-04	3.84	.6152E-04
3.65	.1311E-03	3.75	.8842E-04	3.85	.5906E-04
3.66	.1261E-03	3.76	.8496E-04	3.86	.5669E-04
3.67	.1213E-03	3.77	.8162E-04	3.87	.5442E-04
3.68	.1166E-03	3.78	.7841E-04	3.88	.5223E-04
3.69	.1121E-03	3.79	.7532E-04	3.89	.5012E-04
3.90	.4810E-04	4.00	.3167E-04	4.10	.2066E-04
3.91	.4615E-04	4.01	.3036E-04	4.11	.1978E-04
3.92	.4427E-04	4.02	.2910E-04	4.12	.1894E-04
3.93	.4247E-04	4.03	.2789E-04	4.13	.1814E-04
3.94	.4074E-04	4.04	.2673E-04	4.14	.1737E-04
3.95	.3908E-04	4.05	.2561E-04	4.15	.1662E-04
3.96	.3747E-04	4.06	.2454E-04	4.16	.1591E-04
3.97	.3594E-04	4.07	.2351E-04	4.17	.1523E-04
3.98	.3446E-04	4.08	.2252E-04	4.18	.1458E-04
3.99	.3304E-04	4.09	.2157E-04	4.19	.1395E-04
4.20	.1335E-04	4.30	.8540E-05	4.40	.5413E-05
4.21	.1277E-04	4.31	.8163E-05	4.41	.5169E-05
4.22	.1222E-04	4.32	.7801E-05	4.42	.4935E-05
4.23	.1168E-04	4.33	.7455E-05	4.43	.4712E-05
4.24	.1118E-04	4.34	.7124E-05	4.44	.4498E-05
4.25	.1069E-04	4.35	.6807E-05	4.45	.4294E-05
4.26	.1022E-04	4.36	.6503E-05	4.46	.4098E-05
4.27	.9774E-05	4.37	.6212E-05	4.47	.3911E-05
4.28	.9345E-05	4.38	.5934E-05	4.48	.3732E-05
4.29	.8934E-05	4.39	.5668E-05	4.49	.3561E-05

β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$
4.50	.3398E-05	4.60	.2112E-05	4.70	.1301E-05
4.51	.3241E-05	4.61	.2013E-05	4.71	.1239E-05
4.52	.3092E-05	4.62	.1919E-05	4.72	.1179E-05
4.53	.2949E-05	4.63	.1828E-05	4.73	.1123E-05
4.54	.2813E-05	4.64	.1742E-05	4.74	.1069E-05
4.55	.2682E-05	4.65	.1660E-05	4.75	.1017E-05
4.56	.2558E-05	4.66	.1581E-05	4.76	.9680E-06
4.57	.2439E-05	4.67	.1506E-05	4.77	.9211E-06
4.58	.2325E-05	4.68	.1434E-05	4.78	.8765E-06
4.59	.2216E-05	4.69	.1366E-05	4.79	.8339E-06
4.80	.7933E-06	4.90	.4792E-06	5.00	.2867E-06
4.81	.7547E-06	4.91	.4554E-06	5.01	.2722E-06
4.82	.7178E-06	4.92	.4327E-06	5.02	.2584E-06
4.83	.6827E-06	4.93	.4111E-06	5.03	.2452E-06
4.84	.6492E-06	4.94	.3906E-06	5.04	.2328E-06
4.85	.6173E-06	4.95	.3711E-06	5.05	.2209E-06
4.86	.5869E-06	4.96	.3525E-06	5.06	.2096E-06
4.87	.5580E-06	4.97	.3348E-06	5.07	.1989E-06
4.88	.5304E-06	4.98	.3179E-06	5.08	.1887E-06
4.89	.5042E-06	4.99	.3019E-06	5.09	.1790E-06
5.10	.1698E-06	5.20	.9964E-07	5.30	.5790E-07
5.11	.1611E-06	5.21	.9442E-07	5.31	.5481E-07
5.12	.1528E-06	5.22	.8946E-07	5.32	.5188E-07
5.13	.1449E-06	5.23	.8476E-07	5.33	.4911E-07
5.14	.1374E-06	5.24	.8029E-07	5.34	.4647E-07
5.15	.1302E-06	5.25	.7605E-07	5.35	.4398E-07
5.16	.1235E-06	5.26	.7203E-07	5.36	.4161E-07
5.17	.1170E-06	5.27	.6821E-07	5.37	.3937E-07
5.18	.1109E-06	5.28	.6459E-07	5.38	.3724E-07
5.19	.1051E-06	5.29	.6116E-07	5.39	.3523E-07

β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$
5.40	.3332E-07	5.50	.1899E-07	5.60	.1072E-07
5.41	.3151E-07	5.51	.1794E-07	5.61	.1012E-07
5.42	.2980E-07	5.52	.1695E-07	5.62	.9548E-08
5.43	.2818E-07	5.53	.1601E-07	5.63	.9010E-08
5.44	.2664E-07	5.54	.1512E-07	5.64	.8503E-08
5.45	.2518E-07	5.55	.1428E-07	5.65	.8022E-08
5.46	.2381E-07	5.56	.1349E-07	5.66	.7569E-08
5.47	.2250E-07	5.57	.1274E-07	5.67	.7140E-08
5.48	.2127E-07	5.58	.1203E-07	5.68	.6735E-08
5.49	.2010E-07	5.59	.1135E-07	5.69	.6352E-08
5.70	.5990E-08	5.80	.3316E-08	5.90	.1818E-08
5.71	.5649E-08	5.81	.3124E-08	5.91	.1711E-08
5.72	.5326E-08	5.82	.2942E-08	5.92	.1610E-08
5.73	.5022E-08	5.83	.2771E-08	5.93	.1515E-08
5.74	.4734E-08	5.84	.2610E-08	5.94	.1425E-08
5.75	.4462E-08	5.85	.2458E-08	5.95	.1341E-08
5.76	.4206E-08	5.86	.2314E-08	5.96	.1261E-08
5.77	.3964E-08	5.87	.2179E-08	5.97	.1186E-08
5.78	.3735E-08	5.88	.2051E-08	5.98	.1116E-08
5.79	.3519E-08	5.89	.1931E-08	5.99	.1049E-08
6.00	.9866E-09	6.10	.5303E-09	6.20	.2823E-09
6.01	.9276E-09	6.11	.4982E-09	6.21	.2649E-09
6.02	.8721E-09	6.12	.4679E-09	6.22	.2486E-09
6.03	.8198E-09	6.13	.4394E-09	6.23	.2332E-09
6.04	.7706E-09	6.14	.4126E-09	6.24	.2188E-09
6.05	.7242E-09	6.15	.3874E-09	6.25	.2052E-09
6.06	.6806E-09	6.16	.3637E-09	6.26	.1925E-09
6.07	.6396E-09	6.17	.3414E-09	6.27	.1805E-09
6.08	.6009E-09	6.18	.3205E-09	6.28	.1693E-09
6.09	.5646E-09	6.19	.3008E-09	6.29	.1587E-09

β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$
6.30	.1488E-09	6.40	.7769E-10	6.50	.4016E-10
6.31	.1395E-09	6.41	.7276E-10	6.51	.3757E-10
6.32	.1308E-09	6.42	.6814E-10	6.52	.3515E-10
6.33	.1226E-09	6.43	.6380E-10	6.53	.3288E-10
6.34	.1149E-09	6.44	.5974E-10	6.54	.3076E-10
6.35	.1077E-09	6.45	.5592E-10	6.55	.2877E-10
6.36	.1009E-09	6.46	.5235E-10	6.56	.2690E-10
6.37	.9451E-10	6.47	.4900E-10	6.57	.2516E-10
6.38	.8854E-10	6.48	.4586E-10	6.58	.2352E-10
6.39	.8294E-10	6.49	.4292E-10	6.59	.2199E-10
6.60	.2056E-10	6.70	.1042E-10	6.80	.5230E-11
6.61	.1922E-10	6.71	.9731E-11	6.81	.4879E-11
6.62	.1796E-10	6.72	.9086E-11	6.82	.4551E-11
6.63	.1678E-10	6.73	.8483E-11	6.83	.4245E-11
6.64	.1568E-10	6.74	.7919E-11	6.84	.3959E-11
6.65	.1465E-10	6.75	.7392E-11	6.85	.3692E-11
6.66	.1369E-10	6.76	.6899E-11	6.86	.3442E-11
6.67	.1279E-10	6.77	.6438E-11	6.87	.3209E-11
6.68	.1195E-10	6.78	.6008E-11	6.88	.2992E-11
6.69	.1116E-10	6.79	.5606E-11	6.89	.2789E-11
6.90	.2600E-11	7.00	.1279E-11	7.10	.6232E-12
6.91	.2423E-11	7.01	.1191E-11	7.11	.5796E-12
6.92	.2258E-11	7.02	.1109E-11	7.12	.5390E-12
6.93	.2104E-11	7.03	.1032E-11	7.13	.5012E-12
6.94	.1960E-11	7.04	.9606E-12	7.14	.4660E-12
6.95	.1826E-11	7.05	.8940E-12	7.15	.4333E-12
6.96	.1701E-11	7.06	.8319E-12	7.16	.4028E-12
6.97	.1584E-11	7.07	.7740E-12	7.17	.3744E-12
6.98	.1475E-11	7.08	.7202E-12	7.18	.3479E-12
6.99	.1374E-11	7.09	.6699E-12	7.19	.3233E-12

β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$	β	$\psi (-\beta)$
7.20	.3004E-12	7.30	.1433E-12	7.40	.6747E-13
7.21	.2791E-12	7.31	.1329E-12	7.41	.6253E-13
7.22	.2593E-12	7.32	.1234E-12	7.42	.5794E-13
7.23	.2409E-12	7.33	.1145E-12	7.43	.5368E-13
7.24	.2237E-12	7.34	.1062E-12	7.44	.4972E-13
7.25	.2078E-12	7.35	.9848E-13	7.45	.4605E-13
7.26	.1929E-12	7.36	.9133E-13	7.46	.4264E-13
7.27	.1791E-12	7.37	.8469E-13	7.47	.3948E-13
7.28	.1663E-12	7.38	.7852E-13	7.48	.3654E-13
7.29	.1544E-12	7.39	.7279E-13	7.49	.3381E-13
7.50	.3129E-13	7.60	.1418E-13	7.70	.6181E-14
7.51	.2894E-13	7.61	.1308E-13	7.71	.5669E-14
7.52	.2677E-13	7.62	.1206E-13	7.72	.5194E-14
7.53	.2475E-13	7.63	.1112E-13	7.73	.4755E-14
7.54	.2288E-13	7.64	.1024E-13	7.74	.4349E-14
7.55	.2114E-13	7.65	.9427E-14	7.75	.3973E-14
7.56	.1953E-13	7.66	.8675E-14	7.76	.3624E-14
7.57	.1804E-13	7.67	.7978E-14	7.77	.3302E-14
7.58	.1666E-13	7.68	.7332E-14	7.78	.3004E-14
7.59	.1537E-13	7.69	.6735E-14	7.79	.2728E-14